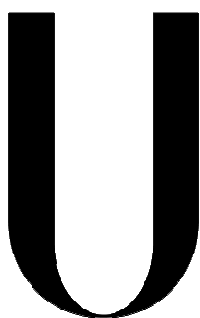


**UNIVERSIDADE DE LISBOA**

**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO**



**LISBOA**

---

**UNIVERSIDADE  
DE LISBOA**

**Erros e dificuldades de alunos de 1.º ciclo na representação de dados  
estatísticos**

Ana Michele Soares de Campos da Cruz

Relatório

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

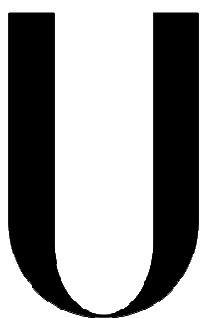
Didática da Matemática

2013



**UNIVERSIDADE DE LISBOA**

**INSTITUTO DE EDUCAÇÃO**



**LISBOA**

---

**UNIVERSIDADE  
DE LISBOA**

**Erros e dificuldades de alunos de 1.º ciclo na representação de dados  
estatísticos**

Ana Michele Soares de Campos da Cruz

Relatório orientado pela Prof.<sup>a</sup> Doutora Ana Henriques

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO**

2013

Este trabalho foi realizado no âmbito do Projeto *Desenvolver a literacia estatística: Aprendizagem do aluno e formação do professor* (contrato PTDC/CPE-CED/117933/2010) financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia.

## Resumo

O estudo que apresento neste relatório surge motivado pela minha preocupação em melhorar as minhas práticas de ensino, numa perspetiva reflexiva e em contribuir para compreender como se pode desenvolver a literacia estatística dos alunos do 1.º ciclo, em particular a sua compreensão gráfica. O objetivo do estudo é analisar os erros e as dificuldades dos alunos do 3.º ano, de uma escola pública da periferia de Lisboa, na resolução de tarefas envolvendo a construção, leitura e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos ao longo de uma unidade de ensino de Organização e Tratamento de Dados e compreender como o trabalho desenvolvido promove a sua literacia estatística. As tarefas propostas na unidade de ensino, implementada no ano letivo de 2011/12 tendo por base as orientações curriculares para o ensino da estatística, são construídas com referência aos níveis de compreensão gráfica propostos por Curcio (1989). A recolha de dados inclui a observação participante, com registos escritos em forma de notas de campo e os documentos escritos produzidos pelos alunos na realização das tarefas.

Deste estudo é possível concluir que as tarefas propostas na unidade de ensino permitiram a exploração de diversas representações gráficas e forneceram oportunidades aos alunos para ultrapassarem as suas dificuldades iniciais relativas à compreensão gráfica. Com efeito, ao longo da unidade de ensino, os alunos revelaram uma evolução significativa no seu desempenho na construção de gráficos, passando a construir gráficos mais completos e visualmente mais equilibrados. No final da unidade constatou-se, igualmente, um aumento na percentagem de alunos que responde corretamente às questões de leitura e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos, sendo esse aumento mais significativo nas questões de nível 2 e 3. Os resultados do estudo conduzem, ainda, a uma avaliação positiva do papel que as tarefas podem desempenhar na aprendizagem dos alunos.

**Palavras-Chave:** Literacia estatística; Representações gráficas; Interpretação gráficos estatísticos; Dificuldades dos alunos; Ensino básico; Unidade de ensino.



# Abstract

The following research study paper is the result of my concerns on improving my teaching skills and, through reflecting thinking, trying to assess how 1<sup>st</sup> cycle pupils' statistical literacy, more precisely their graph understanding, can be developed.

The main purpose of this study is to assess and become aware of the mistakes, difficulties and needs of suburbia Lisbon 3<sup>rd</sup> grade public school pupils in solving tasks that include building or reading statistical graphs that are part of an Organization and Data Treatment teaching unit and assess and understand how this work promotes their statistical literacy.

The suggested tasks in the teaching unit implemented during the 2011/12 school year, based on the curriculum orientations for statistical teaching, use the graphical understanding levels defined by Curcio (1989).

Data gathering includes observation, field notes and several written documents produced by students while performing their tasks.

With this research study it was possible to confirm that the suggested tasks in this teaching unit allowed the analysis of different graphic representation and enabled pupils to overcome their graphical understanding initial difficulties.

Indeed, throughout the teaching unit pupils showed a significant improvement in their graph creating skills, allowing them to build more complete and visual friendly graphs. By the end of the unit it was also concluded that an increased percentage of pupils correctly answered the reading and understanding chart and graph related questions, being that increase even more significant in level 2 and 3 questions. The research study results also revealed a very positive assessment of the role that tasks play in pupil's learning.

**Keywords:** Statistical literacy; Graph representations; Statistical chart reading; Pupils' difficulties; Basic education; Teaching unit





## **Agradecimentos**

Concluído este relatório muito tenho a agradecer a todas as pessoas envolvidas, direta ou indiretamente: família, amigos, professores e colegas.

Ao Diogo pela compreensão dos momentos em que ficou privado da minha companhia e por todo o respeito que demonstrou pelo meu trabalho ao longo deste percurso.

Ao Fernando, pelo companheirismo, pelo apoio, pela paciência e por não me deixar desistir.

Aos meus pais, por todo o incondicional apoio ao longo desta longa jornada. Pelas incansáveis e preciosas ajudas, pela preocupação, pela constante motivação.

A todos os meus amigos, por saberem ouvir e pela força que me deram ao longo deste período.

À minha orientadora neste estudo, a Professora Doutora Ana Henriques, por quem nutro um enorme respeito. Obrigada pela paciência, pelo profissionalismo e disponibilidade, pelos conselhos e compreensão.

Aos alunos, aos encarregados de educação e à Direção do Agrupamento, onde realizei a presente investigação.



# Índice

<b>CAPÍTULO I .....</b>	<b>1</b>
<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. Motivações e pertinência do estudo .....	1
1.2. Objetivos e questões de estudo .....	3
1.3. Organização do estudo .....	3
<b>CAPÍTULO II .....</b>	<b>5</b>
<b>ENSINO E APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA .....</b>	<b>5</b>
2.1. A Estatística nas orientações curriculares .....	5
2.2. Literacia estatística e investigações .....	13
2.3. Representação de dados estatísticos .....	25
<b>CAPÍTULO III .....</b>	<b>43</b>
<b>UNIDADE DE ENSINO .....</b>	<b>43</b>
3.1. Caracterização do contexto escolar .....	43
3.2. Orientações Metodológicas .....	45
3.3. Planificação da unidade de ensino .....	48
3.4. Avaliação das aprendizagens .....	57
3.5. Recolha de dados .....	58
3.6. As aulas lecionadas .....	60
<b>CAPÍTULO IV .....</b>	<b>65</b>
<b>ANÁLISE DE DADOS .....</b>	<b>65</b>
4.1. Teste diagnóstico .....	65
4.2. Tarefa 1 – Animais preferidos .....	72
4.3. Tarefa 2 – Pratos especiais .....	76
4.4. Tarefa 3 – A mesada da Sara .....	81
4.5. Tarefa 4 – Quantas algibeiras? .....	85
4.6. Tarefa 5 – Os iogurtes .....	91
4.7. Tarefa 6 – O nosso comportamento e trabalho .....	94
4.8. Tarefa 7 – As cores preferidas da turma da Ana .....	96
4.9. Teste final .....	102
<b>CAPÍTULO V .....</b>	<b>119</b>
<b>REFLEXÃO FINAL .....</b>	<b>119</b>
5.1. Síntese do estudo .....	119
5.2. Conclusão do estudo .....	120
5.3. Reflexão final .....	125
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>129</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>137</b>



## **Índice de anexos**

Anexo 1 – Pedidos de autorização para a realização do estudo .....	139
Anexo 2 – Teste diagnóstico .....	141
Anexo 3 – Tarefas .....	145
Anexo 4 – Teste final .....	153



## Índice de figuras

Figura 1 - Ciclo Investigativo PPDAC (Wild & Pfannkuch, 1999) .....	17
Figura 2 - Ciclo interrogativo (Wild & Pfannkuch, 1999) .....	19
Figura 3 - Objetivos da educação estatística: domínios independentes com alguma sobreposição (delMas, 2002) .....	21
Figura 4 - Objetivos da educação estatística: raciocínio estatístico e pensamento estatístico incluídos na literacia estatística (delMas, 2002) .....	22





## Índice de Tabelas

Tabela 1 - Tópicos do tema OTD e objetivos específicos para os 3.º e 4.º anos do ensino básico (ME, 2007) .....	8
Tabela 2 - Modelo para a literacia estatística (Gal, 2002, p. 4) .....	14
Tabela 3 - Distinção entre Literacia estatística, raciocínio estatístico e pensamento estatístico (Sosa, 2010) .....	20
Tabela 4 - Atividades subjacentes ao desenvolvimento da literacia, raciocínio e pensamento estatístico (delMas, 2002) .....	22
Tabela 5 - Taxonomia das competências necessárias para responder a perguntas sobre gráficos (Friel, Curcio & Bright, 2001) .....	32
Tabela 6 - Erros e dificuldades na construção de gráficos .....	41
Tabela 7 - Erros e dificuldades leitura e interpretação de gráficos .....	41
Tabela 8 - Avaliação dos alunos, a matemática, no final do 1.º período .....	45
Tabela 9 - Planificação da unidade de ensino .....	51
Tabela 10 - Objetivos específicos, níveis de leitura e compreensão do gráfico segundo Curcio (1989) .....	56
Tabela 11 - Média das respostas corretas no teste diagnóstico segundo os níveis de Cúrcio, 1989) .....	65
Tabela 12 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à questão 1 do teste diagnóstico .....	66
Tabela 13 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à questão 2 do teste diagnóstico .....	68
Tabela 14 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à questão 3 do teste diagnóstico .....	69
Tabela 15 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à questão 4 do teste diagnóstico .....	70
Tabela 16 - Média das respostas corretas na tarefa 1 “ Animais preferidos” segundo os níveis de Cúrcio, 1989) .....	73
Tabela 17 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 1 “Animais preferidos” .....	73
Tabela 18 - Média de respostas corretas na tarefa 2“Pratos especiais”, segundo os níveis de Cúrcio (1989) .....	77
Tabela 19- Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 2 “Pratos especiais” .....	77
Tabela 20- Média de respostas corretas nas questões da tarefa 3 “A mesada da Sara” segundo os níveis de Cúrcio (1989) .....	81
Tabela 21 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 3 “A mesada da Sara” .....	82
Tabela 22 - Média de respostas corretas nas questões da tarefa 4 (2ª parte), segundo os níveis de Cúrcio (1989) .....	87
Tabela 23 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 4 (2.ª parte) .....	88
Tabela 24 - Média de respostas corretas nas questões da tarefa 5 “Os iogurtes”, segundo os níveis de Cúrcio (1989) .....	91
Tabela 25 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 5 “Os iogurtes” .....	92



Tabela 26 - Média de respostas corretas nas questões da tarefa 6 “ O nosso comportamento e trabalho”, segundo os níveis de Cúrcio (1989) .....	94
Tabela 27 - Média de respostas corretas nas questões da tarefa 7, segundo os níveis de Cúrcio (1989) .....	97
Tabela 28 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa .....	97
Tabela 29 - Média de respostas corretas no teste final, segundo os níveis de Cúrcio(1989) .....	102
Tabela 30 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 1 do teste final .....	103
Tabela 31 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 2 do teste final .....	108
Tabela 32 - Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 3 do teste final .....	112



# Capítulo I

## Introdução

Neste capítulo faço uma breve introdução ao trabalho a realizar. Começo por referir as razões que motivaram a realização deste estudo bem como a sua pertinência. Apresento depois os objetivos do estudo e as questões a que procuro dar resposta. Termina com uma visão geral da organização do estudo.

### 1.1. Motivações e pertinência do estudo

A disciplina de Estatística, com a qual contactei pela primeira vez no ensino superior, foi uma das que me suscitou mais interesse, sobretudo quando me apercebi da importância das representações dos dados (em tabelas e gráficos) para a correta interpretação e compreensão da informação com que nos deparamos no dia-a-dia. Esta ideia é, também, partilhada por Curcio (1989), quando afirma que os gráficos ajudam a “clarificar, organizar e resumir a informação quantitativa encontrada nos jornais, nas revistas e nos anúncios” (p. 1). Mais tarde, no mestrado em Didática da Matemática do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, a frequência da disciplina de Didática da Estatística e das Probabilidades veio reforçar a minha perceção sobre a importância desta temática para o exercício de uma cidadania crítica e despertar-me para a necessidade de aprofundar o seu estudo no sentido de reformular aspetos particulares da minha prática letiva, adaptando-a às orientações curriculares e às dificuldades com que me deparo diariamente na sala de aula.

As orientações curriculares, tanto nacionais como internacionais (ME, 2007; NCTM, 2008), vieram reforçar o ensino da Estatística em todos os níveis de ensino, estendendo-o também aos primeiros anos, devido ao seu reconhecido papel no desenvolvimento pessoal e social do aluno. No seu dia-a-dia, os alunos são, cada vez mais, confrontados com situações envolvendo informação quantitativa, transmitida através de tabelas e gráficos que surgem em jornais, revistas, televisão, jogos de computador e internet, entre outros. No entanto, esta omnipresença dos gráficos na vida

dos alunos, por si só, não garante que os saibam ler e interpretar de forma correta nem que sejam capazes de atribuir significados à informação neles representada (Carvalho, 2009). Cabe à escola o papel de promover a aquisição de conhecimentos estatísticos, em particular, ao nível das representações e conceitos desenvolvendo progressivamente a capacidade dos alunos compreenderem a informação estatística e de a utilizarem para resolver problemas e tomar decisões informadas (ME, 2007).

Se atendermos a que as práticas letivas, no que diz respeito ao ensino da Estatística, têm estado muito afastadas daquilo que envolve uma gestão de sala de aula focada no desenvolvimento da literacia e do raciocínio estatístico, como recomendado nas orientações curriculares (ME, 2007; NCTM, 2008), a implementação do programa de Matemática do ensino básico constitui um desafio para mim, sobretudo em relação às tarefas a propor aos alunos de modo a proporcionar-lhes experiências de aprendizagem significativas que vão para além do saber rotineiro e dos procedimentos de cálculo.

Além disso, a minha experiência como professora no 1.º ciclo também tem evidenciado que a representação gráfica de dados estatísticos é um dos tópicos que mais cativa os alunos. No entanto, à medida que fui realizando tarefas no âmbito do tema da Organização e Tratamento de Dados, nos vários anos que lecionei no 1.º ciclo, apercebi-me que, nas tarefas que envolviam uma leitura direta de gráficos, os alunos não manifestavam grandes dificuldades, mas nas que requeriam a construção de tabelas ou gráficos ou a interpretação da informação neles representada, as dificuldades estavam bem patentes. Alguns estudos (por exemplo, Curcio, 1987; Morais, 2010) têm salientado, igualmente, as inúmeras dificuldades dos alunos na interpretação de gráficos estatísticos, apesar de muitos professores considerarem a Estatística “um tema para o qual os alunos são facilmente motivados e em cuja aprendizagem não apresentam grandes dificuldades” (Sousa, 2002, p. 4). Senti, por isso, necessidade de compreender melhor os erros e as dificuldades dos alunos na construção, leitura e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos e perceber qual o tipo de tarefas que permitem ultrapassá-las e que conduzem a uma melhor aprendizagem, sobretudo nos primeiros anos de escolaridade, onde o número de investigações ainda é reduzido.

As mudanças nas práticas pedagógicas requerem uma autoformação que, frequentemente envereda pela via da investigação. A realização deste trabalho surge, neste contexto, motivada pela minha preocupação em melhorar as minhas práticas de ensino, numa perspetiva reflexiva e em contribuir para compreender como se pode

desenvolver a literacia estatística dos alunos do 3.º ano, ajudando-os a ultrapassar as dificuldades com que habitualmente se deparam na representação de dados estatísticos.

## **1.2. Objetivos e questões de estudo**

Assumindo a importância atribuída à Estatística no programa de Matemática do ensino básico (ME, 2007) e, em particular no 1.º ciclo, torna-se relevante a investigação didática nesta área, de forma a identificar quais as dificuldades dos alunos na representação de dados através de gráficos estatísticos e perceber o tipo de ensino que permite uma melhor aprendizagem dos alunos nesta temática. Este estudo pretende, assim, contribuir para a melhoria das práticas de ensino na promoção do desenvolvimento da literacia estatística dos alunos, dando especial atenção ao trabalho com diversas representações gráficas. O objetivo do estudo é analisar os erros e as dificuldades dos alunos do 3.º ano na resolução de tarefas sobre leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos estatísticos ao longo de uma unidade de ensino de Organização e Tratamento de Dados e compreender como o trabalho nela desenvolvido promove a sua literacia estatística. Neste sentido, irei procurar responder às seguintes questões:

- (1) Quais as dificuldades que os alunos evidenciam na leitura e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos, antes, durante e no final da unidade de ensino?
- (2) Quais os erros e as dificuldades que os alunos evidenciam na construção de tabelas e gráficos estatísticos antes, durante e depois da unidade de ensino?
- (3) Quais as aprendizagens realizadas pelos alunos no final da unidade de ensino?

## **1.3. Organização do estudo**

O presente estudo encontra-se estruturado em cinco capítulos. No primeiro capítulo procuro identificar a problemática em que o mesmo se insere, apresentando os motivos que me levaram a realizá-lo, a sua pertinência e os seus objetivos, concretizados num conjunto de questões a que procuro dar resposta.

O segundo capítulo constitui o quadro teórico de referência para o estudo e integra uma revisão de literatura considerada relevante na sua temática. Está organizado

em três secções: Estatística nas orientações curriculares; literacia, raciocínio e pensamento estatísticos; e leitura, interpretação e construção de gráficos estatísticos, onde incluo as dificuldades dos alunos nesta temática.

No terceiro capítulo descrevo os princípios gerais da unidade de ensino que serve de base ao estudo. Começo por fazer a caracterização do contexto escolar onde foi realizado o estudo, refiro depois as orientações metodológicas que estão na sua base, apresento a sua planificação, com destaque para as tarefas propostas aos alunos e para os objetivos de aprendizagem, explícito e fundamentado, igualmente, a avaliação dos alunos e os métodos de recolha de dados. Termina com uma descrição das aulas lecionadas.

O quarto capítulo diz respeito à análise dos dados recolhidos com base nas resoluções dos alunos das tarefas propostas ao longo da unidade de ensino.

Por fim, no quinto capítulo, faço uma síntese do estudo e apresento as suas principais conclusões, tendo por base as questões enunciadas. Termina com uma reflexão pessoal sobre o trabalho realizado e eventuais implicações para a prática letiva futura.



## **Capítulo II**

### **Ensino e aprendizagem da Estatística**

Neste capítulo apresento as orientações curriculares para o ensino e a aprendizagem da Estatística e uma revisão de literatura consideradas relevantes para enquadrar o estudo. Na revisão de literatura faço referência a estudos sobre a literacia, raciocínio e pensamento estatísticos e sobre investigações estatísticas. Integra, ainda, outros estudos sobre a representação de dados estatísticos, incluindo a construção, leitura e interpretação de gráficos e os erros e as dificuldades dos alunos.

#### **2.1. A Estatística nas orientações curriculares**

A importância que atualmente é atribuída ao ensino e à aprendizagem da Estatística deve-se, sobretudo, ao seu reconhecido papel na educação dos cidadãos. Os alunos no seu dia-a-dia, deparam-se com informação diversa, grande parte da qual veiculada pelos meios de comunicação social e apresentada de forma gráfica ou em tabelas ou usando uma linguagem corrente mas integrando termos estatísticos (ME, 2007). Face a esta grande quantidade de dados que faz parte da realidade quotidiana dos alunos, ter conhecimentos de Estatística é essencial para entender e ser crítico em relação à informação disponível e para comunicar e tomar decisões com base nela (Carvalho, 2006; Shaughnessy, 2007). Apesar da reconhecida importância da Estatística e do papel fundamental que a escola tem no desenvolvimento dessas capacidades dos alunos, o interesse pelo seu ensino surge de forma lenta (Branco, 2000) e só em meados do século XX se iniciou a investigação em educação estatística (Batanero, 2001).

Em Portugal, a Estatística começa por ser introduzida ao nível universitário no sentido de proporcionar a aquisição de conhecimentos e o desenvolvimento das capacidades necessárias a quem trabalha nesta área (Branco, 2000). Só na década de 60 é que os professores universitários defendem a necessidade de uma mudança curricular no ensino secundário de modo a incluir o tema de Estatística e Probabilidades. Nesta altura, tendo como grande impulsionador Sebastião e Silva, o tema da Estatística foi

introduzido, pela primeira vez, no programa de Matemática do ensino secundário (Branco, 2000).

Mas é no início dos anos 90, com a reformulação do programa de Matemática do ensino básico (ME, 1991), que o tema da Estatística é incluído nesta disciplina para este nível de ensino e, simultaneamente, aprofundado o seu estudo no ensino secundário. Em relação ao 1.º ciclo do ensino básico, a Estatística não tem um estatuto próprio, como os outros temas, embora neste programa se faça referência à construção e utilização de tabelas e gráficos de barras. No 2.º ciclo, a Estatística já aparece de forma explícita no programa, indicando que os alunos devem iniciar-se em processos e técnicas de tratamento de informação, com os seguintes objetivos gerais: (i) procurar e organizar informação; (ii) construir tabelas e gráficos para estudar situações reais; e (iii) interpretar informação. No 7.º e 8.º ano, surge associada ao tema Funções e Estatística e, no 9.º ano, sob o nome de Estatística e Probabilidades. No mesmo documento refere-se, ainda, que a interpretação de informação Estatística deve limitar-se a casos simples e que é esperado que os alunos desenvolvam uma atitude crítica face à informação com que contactam diariamente através de jornais, televisão, publicidade e mais concretamente nos apelos ao consumo. Apesar de a Estatística não estar explícita no programa do 1.º ciclo do ensino básico, vários autores defendem a importância de ser trabalhada logo desde os primeiros anos através de explorações de dados ligados ao quotidiano e resultantes de experiências pessoais dos alunos (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999). No entanto, apesar dos desenvolvimentos curriculares descritos, o ensino da Estatística no ensino básico e secundário continuou a estar em segundo plano, como salienta o relatório *Matemática 2001: diagnóstico e recomendações para o ensino da Matemática*, elaborado pela Associação de Professores de Matemática (APM, 1998) com o objetivo de conhecer a situação do ensino da Matemática em Portugal. Neste documento, é evidente a pouca importância que os professores davam à Estatística propondo mesmo a redução ou a exclusão desta temática do programa do ensino secundário.

Só em 2007, no programa de Matemática do ensino básico (ME, 2007), é que a Estatística, sob a designação de Organização e Tratamento de Dados, é introduzida no 1.º ciclo e o seu ensino reforçado no 2.º e 3.º ciclo. Este programa vai ao encontro das orientações curriculares a nível internacional (NCTM, 2008; GAISE, 2005) e coloca o ensino da Estatística ao nível dos restantes temas curriculares. Segundo os seus autores, este programa vai mais longe que o anterior “na complexidade dos conjuntos de dados a analisar, nas medidas de tendência central e de dispersão a usar, nas formas de

representação de dados a aprender e no trabalho de planeamento, concretização e análise de resultados de estudos estatísticos” (ME, 2007, p. 7).

De acordo com PMEB (ME, 2007, p. 26) e no que diz respeito ao tema Organização e Tratamento de Dados, o propósito do ensino para o 1.º ciclo é “desenvolver nos alunos a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos, assim como de os recolher, organizar e representar com o fim de resolver problemas em contextos variados relacionados com o seu quotidiano”. Além disso, como o contacto com situações aleatórias também é frequente, é fundamental, que nos dois últimos anos do 1.º ciclo, os alunos explorem situações deste tipo.

Este documento define ainda, como objetivos gerais de aprendizagem, capacitar os alunos para:

- Realizar estudos que envolvam a recolha, organização e representação de dados e comunicar utilizando linguagem própria deste tema;
- Explorar e interpretar dados organizados de diversas formas.

Em articulação com estes objetivos, o PMEB (ME, 2007) define para o 3.º e 4.º anos os tópicos e objetivos específicos resumidos na tabela seguinte:

Tabela 1 - Tópicos do tema de OTD e objetivos específicos para o 3.º e 4.º anos do ensino básico (ME, 2007, p. 28)

<b>Tópicos</b>	<b>Objetivos específicos</b>
<b>Representação e interpretação de dados e situações aleatórias</b>	
Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos	- Ler, explorar, interpretar e descrever tabelas e gráficos, e, responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada.  - Formular questões, recolher e organizar dados qualitativos e quantitativos (discretos) utilizando tabelas de frequências, e, tirar conclusões.
Gráficos de barras	- Construir e interpretar gráficos de barras.
Moda	- Identificar a moda num conjunto de dados e usá-la quando oportuno para interpretar ou comparar informação.
Situações aleatórias	- Explorar situações aleatórias que envolvam o conceito de acaso e utilizar o vocabulário próprio para as descrever (certo, possível, impossível, provável e improvável).

De acordo com as orientações metodológicas do PMEB (ME, 2007), a aprendizagem deste tema e a consecução destes objetivos devem ser alicerçados num trabalho diversificado iniciado desde os primeiros anos, que inclua formulação de questões, a recolha de dados e a utilização de vários tipos de representações para os organizar. Neste âmbito, o professor deve começar por discutir com os alunos um tema que lhes seja familiar, levando-os a formular questões, a recolher dados e a registá-los e a organizar e a tratar a informação de modo a tirar conclusões que permitam responder às questões.

A organização dos dados, nos primeiros anos de escolaridade deve começar pela utilização de gráficos de pontos, esquemas de contagem e pictogramas ou tabelas de frequências absolutas. A construção de representações gráficas, numa primeira fase, deve ser orientada pelo professor, “dando indicações precisas e apoiando os alunos nos cuidados a ter na sua elaboração” (ME, 2007, p. 26). Depois, deve recorrer-se à utilização de gráficos trabalhados nos anos anteriores e propor a exploração de outras

representações, como os gráficos circulares e os diagramas de caule e folhas. Os gráficos de barras podem ser representados como uma evolução dos gráficos de pontos e é possível, ainda, construir com os alunos, gráficos circulares informais com recurso a dobragens. (Martins & Ponte, 2010). No caso em que os dados recolhidos tenham a ver, por exemplo, com os alunos da turma, deve procurar mostrar-lhes se é ou não aceitável ampliar a informação recolhida, para toda a população escolar. No que diz respeito às situações aleatórias, para que os alunos atinjam os objetivos preconizados, deve proceder-se à sua exploração, realizando tarefas que envolvam, por exemplo, extração de um berlinde de um saco com berlines de várias cores e tomar nota de quantas vezes sai cada uma das cores ou lançar um dado e registar quantas vezes sai cada número de pintas, para posteriormente, ordenarem os acontecimentos como mais provável e menos provável (ME, 2007).

Este tema, para além das conexões com outros temas matemáticos, também permite conexões com outras áreas, como por exemplo estudo do meio, em que os alunos podem realizar investigações ou projetos.

Os conhecimentos adquiridos no 1.º ciclo deverão ser articulados e aprofundados ao longo dos restantes ciclos. Assim, no 2.º ciclo, os alunos aprofundam a sua experiência de recolha e organização de dados e, passam a trabalhar, não só com dados qualitativos e quantitativos discretos, como acontecia no 1.º ciclo, mas também com dados quantitativos contínuos, representando-os em tabelas de frequências absolutas e relativas e em vários tipos de gráficos.

Além disso, passam também a usar a média aritmética, os extremos e amplitude para descrever conjuntos de dados. No que diz respeito às situações aleatórias, o programa recomenda que os alunos devam continuem a realizar experiências que possibilitam a exemplificação de regularidades de longo termo e a consolidação do vocabulário básico relativo a situações aleatórias.

No 3.º ciclo, reforçam-se as aprendizagens já realizadas e introduz-se o estudo da mediana e da amplitude interquartis como medidas estatísticas e nas representações os diagramas de extremos e quartis, de modo a que os alunos possam realizar estudos estatísticos comparando dois ou mais conjuntos de dados, observando as suas diferenças e semelhanças. Neste ciclo pretende-se, ainda, que os alunos desenvolvam a noção de população e amostra, observando os fatores que podem influenciar os resultados obtidos

a partir de amostras e levando-os a discutir previsões, com base neles. É ainda no 3.º ciclo que se abordam os conceitos de probabilidade de Laplace e frequentista.

A nível internacional o ensino da estatística também tem sido debatido. A importância da educação estatística foi referida no relatório Cockcroft (1982), sublinhando-se aqui a necessidade das crianças, desde os níveis elementares, trabalharem com diferentes formas de representação de dados, de modo a poderem discutir e interpretar a informação que representam. Este relatório acrescenta, ainda, que as crianças devem ser incentivadas a trabalhar com dados recolhidos por elas e que a pesquisa de exemplos de gráficos e tabelas em jornais, revistas e livros, permite-lhes discutirem em detalhe o que eles descrevem e fazer deduções a partir deles. Mais tarde, as normas do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1989/1991) vêm reforçar a importância da Estatística nas orientações curriculares, incluindo a Análise de dados e Probabilidades como uma das cinco normas dedicadas aos conteúdos matemáticos, de modo a que no final da sua escolaridade, os alunos tenham desenvolvido os conhecimentos necessários sobre esta temática. Estas orientações vêm, igualmente, salientar os aspetos que deverão ser valorizados no seu ensino. Muitas das ideias e orientações propostas neste documento são retomadas e aprofundadas posteriormente nos *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2008) que se tornam a base para a reforma dos currículos de Matemática nos Estados Unidos da América e têm uma forte influência na educação matemática em muitos outros países.

Segundo o NCTM (2008, p. 126), no âmbito da Análise de Dados e Probabilidades, os programas de ensino do pré-escolar ao 12.º ano deverão habilitar todos os alunos para:

- (i) Formular questões que possam ser abordadas por meio de dados e recolher, organizar e apresentar dados relevantes que permitam responder a essas questões;
- (ii) Selecionar e usar métodos estatísticos adequados à análise de dados;
- (iii) Desenvolver e avaliar inferências e previsões baseadas em dados;
- (iv) Compreender e aplicar conceitos básicos de probabilidades.

Em relação ao primeiro objetivo mencionado, o NCTM (2008) refere que os alunos deverão ser capazes de realizar investigações tendo como objetivo responderem às questões por eles formuladas e compreender que a natureza dos dados pode ser influenciada pelo modo como é feita a sua recolha. Relativamente ao segundo objetivo,

os alunos deverão ser capazes de analisar e compreender os dados como um todo e identificar as características mais importantes do conjunto de dados, caracterizá-los e compará-los, verificando como é que eles se encontram distribuídos. Ainda dentro deste objetivo, os alunos deverão ficar habilitados para fazerem comparações entre os diversos modos de representar os dados recolhidos, procurando identificar qual deles transmite a informação desejada de forma mais clara, mostrando os aspetos mais relevantes dos dados. No respeitante ao terceiro objetivo, após a análise dos dados, os alunos deverão ser capazes de conseguir chegar a conclusões baseadas neles e prever como estas podem variar, tendo em conta os dados recolhidos e a informação por eles transmitida. Para procurarem respostas, poderão fazer investigações mais exaustivas, sobre o comportamento dos seus dados. Finalmente, no último objetivo, os alunos deverão ser capazes de “descrever os acontecimentos como prováveis ou improváveis e discutir o seu grau de incerteza, usando termos como certo, igualmente provável ou impossível” (NCTM, 2008, p. 204). Também devem fazer experiências simples para provarem se as previsões que fizeram sobre as probabilidades de resultados se aproximam ou não da realidade. Os alunos precisam, igualmente, de compreender que “a medida da probabilidade de um acontecimento pode ser representada por um número compreendido entre zero e um” (NCTM, 2008, p. 204).

Este documento defende que as crianças mais novas devem realizar atividades informais de comparação, classificação e contagem de modo a ficarem com bases matemáticas para o “desenvolvimento da compreensão dos dados, da análise de dados e da estatística” (NCTM, 2008, p. 127). Ao longo dos anos, os alunos devem habituar-se a colocar questões que os levem a investigar, organizar e representar os dados. O grau de complexidade das questões e o tamanho do conjunto dos dados vai aumentando à medida que os alunos vão avançando nos anos de escolaridade.

No 2.º ano, espera-se que os alunos sejam capazes de “organizar e apresentar os seus dados quer por meio de representações gráficas, quer por meio de resumos numéricos” (NCTM, 2008, p. 127). Nos gráficos, deverão saber colocar títulos e legendas de forma a explicarem claramente o que os dados representam. Também já deverão ter uma noção de frequência absoluta.

Do 3.º ao 5.º ano, os alunos, deverão ser capazes de trabalhar um conjunto de dados como um todo, adquirir progressivamente a noção de moda, mediana e média e utilizar a amplitude e estas medidas de tendência central para comparar conjuntos de

dados, observando as suas semelhanças e diferenças e, com base nelas, colocarem questões. Estas questões deverão debruçar-se sobre assuntos do seu quotidiano e devem ser facilmente observáveis pelos alunos. Depois de formulada a questão devem ser capazes de recolher os seus próprios dados, decidindo como vão fazê-lo, por exemplo, se através de observação ou de um inquérito. Na construção dos gráficos e tabelas usados na organização dos dados recolhidos, nestes anos de escolaridade, é fulcral que os professores apoiem os alunos a compreender as normas associadas à construção dos gráficos.

Com base na experiência das aprendizagens dos seus alunos, nos anos anteriores, os professores deverão levar os alunos do 6.º ao 8.º ano a responder a questões mais complexas, “como as que envolvem relações entre populações ou amostras, e as que envolvem relações entre duas variáveis dentro de uma única população ou amostra” (NCTM, 2008, p. 293). É ao longo destes anos que os alunos aprendem novas representações como os diagramas de extremos e quartis. A colaboração com outras disciplinas, é fundamental na promoção de experiências que envolvam recolha de dados, através de outras fontes como a internet ou publicações. Em relação às probabilidades, devem compreender e aplicar os seus conceitos básicos, ao se depararem com “inúmeras oportunidades de raciocinarem em termos de probabilidade, com problemas simples e a partir dos quais possam desenvolver noções de acaso” (NCTM, 2008, p. 298).

Finalmente, no que se refere aos anos entre o 9.º e o 12.º os alunos deverão adquirir uma compreensão aprofundada das questões relacionadas com a variabilidade.

Para além disso, os alunos “deverão aprender a colocar questões que os ajudem a avaliar a qualidade de sondagens, de estudos de observação direta e de experiências controladas” (NCTM, 2008, p. 283). Também deverão começar a “entender e a utilizar a correlação em conjunto com a análise de resíduos, e representações gráficas na análise das relações entre duas variáveis” (NCTM, 2008, p. 283). Relativamente às probabilidades, “deverão aprender a determinar probabilidade de uma amostra estatística de uma dada população e a fazer inferências simples sobre uma população a partir de amostras geradas aleatoriamente” (NCTM, 2008, p. 283).

Tanto as orientações do PMEB (ME, 2007) como o NCTM (2008) visam o desenvolvimento da literacia estatística, uma vez que ambos os documentos promovem a análise e interpretação de dados estatísticos, levando os alunos ao desenvolvimento da



avaliação crítica da informação a que têm acesso no seu dia-a-dia e incentivando-os a colocar questões e a procurar as respetivas respostas, através da análise dos dados estatísticos.

## **2.2. Literacia estatística e investigações**

**Literacia estatística.** A Literacia estatística é reconhecida como uma capacidade essencial a todos os cidadãos do séc. XXI e é frequentemente apontada como o resultado esperado da escolarização, justificando, deste modo, a inclusão da Estatística nas orientações curriculares (Martins & Ponte, 2010; Watson, 2006). No entanto, não há consenso relativamente a este conceito e a sua definição não está estabelecida. Branco e Martins (2002) definiram o significado geral da palavra literacia como sendo a conjugação da capacidade de ler, escrever e falar a língua materna, com a capacidade de efetuar cálculos e resolver problemas do dia-a-dia, de modo a que os indivíduos consigam realizar as tarefas que lhes são exigidas, tanto profissionalmente como na sociedade. O progressivo desenvolvimento da Estatística e a frequente necessidade de conhecimentos estatísticos para compreender as grandes quantidades de dados que fazem parte da realidade quotidiana e para tomar decisões informadas com base nessa informação, conduziram à introdução do termo literacia estatística (Branco & Martins, 2002; Shaughnessy, 2007). O tema literacia estatística, embora com ligação aos conceitos de numeracia (que inclui apenas competências básicas com números) ou literacia quantitativa (para designar uma gama mais ampla de competências necessárias aos alunos quando deixam a escola), surge para atender à necessidade de incluir na definição deste constructo os contextos, com os quais os alunos têm que interagir quando tomam o seu lugar como consumidores de informação no mundo dos adultos (Watson & Callingham, 2003). No entanto, quando se fala em literacia estatística, não se pretende criar especialistas em Estatística, mas sim desenvolver nos alunos capacidades de compreensão dos processos mais simples de recolha de dados e levá-los a entender o que está por trás do raciocínio estatístico, preparando-os deste modo, para participarem na vida social (Branco & Martins, 2002; Watson, 2006). Por exemplo, Steen (2001) refere-se à literacia estatística como sendo um conjunto de conhecimentos, convicções, predisposições, hábitos mentais, capacidades de comunicação e competências, que as pessoas precisam de adquirir para serem bem sucedidas ao

lidarem, tanto na sua vida privada como na sua atividade profissional, com situações que envolvam dados de natureza quantitativa e qualitativa. Esta perspectiva de literacia estatística envolve a compreensão e o uso da linguagem básica e das ferramentas de estatística: saber o que os termos básicos estatísticos significam, compreender o uso de símbolos estatísticos simples e reconhecer e ser capaz de interpretar diferentes representações de dados (Garfield, 1999 citado em Rumsey, 2002). Mas existem outras perspectivas de literacia estatística, como a de Gal (2002), cujo foco é o consumo de dados e, nesse sentido, incluem a atitude crítica como uma das suas componentes. A literacia estatística, neste caso, é definida como a união das competências: a capacidade que um indivíduo tem de compreender, interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, os argumentos apoiados em dados ou eventos estocásticos que as pessoas podem encontrar em diversos contextos, incluindo os meios de comunicação, mas não se limitando a eles.

Este autor propõe um modelo para a literacia estatística, baseado nas suas componentes, apresentado na tabela seguinte:

Tabela 2 – Modelo para a literacia estatística (Gal, 2002, p. 4)

Elementos do conhecimento	Elementos disposicionais
Competências da literacia	Crenças e atitudes
Conhecimentos estatísticos	Atitude crítica
Conhecimentos matemáticos	
Conhecimentos do contexto	
Questões críticas	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin: 10px auto; width: fit-content;"> Literacia estatística </div>	

Este modelo pressupõe que a literacia estatística envolve uma componente de conhecimento, que inclui elementos cognitivos (competências de literacia, conhecimento de estatística, conhecimento matemático, conhecimento do contexto e questões críticas) e uma componente disposicional, integrando dois elementos (atitude crítica e crenças e atitudes). Os elementos deste modelo e as suas componentes são

variáveis, uma vez que dependem do contexto definido, do grau de conhecimentos e de disposições e todos eles juntos permitem que o cidadão desenvolva a literacia estatística.

Por seu lado, Watson (1997) apresenta um outro modelo que considera a existência de níveis de desenvolvimento progressivo para a literacia estatística:

Nível 1: ter o conhecimento básico dos conceitos estatísticos e probabilísticos;

Nível 2: compreender os raciocínios e argumentos estatísticos quando estes estão envolvidos em contextos de discussão social, reconhecendo, interpretando e aplicando nesses contextos;

Nível 3: ser capaz de reivindicar questões irrealistas feitas pela comunicação social ou por outros. Ter uma atitude que se pode aplicar a conceitos mais sofisticados para contradizer questões que sejam feitas sem uma base estatística adequada.

Em ambos os modelos, faz-se referência aos conhecimentos básicos de estatística, ao conhecimento do contexto e à sua importância para o desenvolvimento da literacia estatística e pensamento estatístico.

**Raciocínio e pensamento estatístico.** Nos últimos anos tem havido uma mudança da visão tradicional do ensino da estatística, como um tópico matemático (com ênfase nos cálculos, fórmulas e procedimentos) para abordagens que ajudem os alunos a compreender e a lidar com a incerteza e a variabilidade, desenvolvendo a capacidade de raciocínio estatístico (Gal & Garfield, 1997). Estes argumentos conduziram à necessidade de se estabelecer um consenso relativamente às definições e diferenças dos conceitos de literacia, raciocínio e pensamento estatísticos que frequentemente são usados pelos investigadores de forma indistinta quando se referem às mesmas capacidades. Neste sentido, vão Martins e Ponte (2010) quando afirmam: “Um aspeto fundamental na literacia estatística é a capacidade de compreender e usar o pensamento estatístico e o raciocínio estatístico, pelo que se impõe uma discussão destes conceitos” (p. 9). Estes autores distinguem os conceitos de raciocínio estatístico e pensamento estatístico, afirmando que o raciocínio estatístico envolve um processo explícito onde se identificam factos, estabelecem relações e fazem inferências e o pensamento estatístico tem um lado intuitivo, informal e implícito que suporta o nosso raciocínio.

Quando se torna necessário formular objetivos de aprendizagens para os alunos, desenvolver atividades de ensino e aprendizagem e avaliar as suas aprendizagens, as

semelhanças e diferenças entre estes processos são importantes (Ben- Zvi & Garfield, 2004).

Considerando então o que os diversos autores têm sistematizado (Garfield, delMas & Chance, 2003), o raciocínio estatístico pode ser definido como:

“O modo como as pessoas raciocinam com as ideias estatísticas, conseguindo dar um significado à informação estatística. O que envolve fazer interpretações com base em conjuntos de dados, representações de dados ou resumo de dados. Muitos dos raciocínios estatísticos combinam dados e acaso, o que promove a capacidade de fazer interpretações estatísticas e inferências” (Garfield & Gal, 1999, p. 207).

Segundo estes autores, o raciocínio estatístico é estimulado pelo conhecimento estatístico e do contexto e envolve fazer interpretações com base em conjuntos de dados ou sumário estatístico de dados. Inclui, ainda, a capacidade de compreender e de explicar os processos estatísticos e de interpretar os resultados estatísticos de uma forma completa.

Garfield e Gal (1999) apontam sete objetivos para que os alunos desenvolvam o seu raciocínio estatístico:

- 1 - Compreensão lógica das investigações estatísticas;
- 2 - Compreensão dos processos presentes numa investigação estatística;
- 3 - Domínio de certos procedimentos estatísticos de modo a que os alunos desenvolvam uma ideia clara da natureza e dos processos envolvidos numa investigação estatística;
- 4 - Ligações que se podem fazer com a matemática e quais as ideias matemáticas presentes nos procedimentos estatísticos;
- 5 - Levar os alunos a terem noção de probabilidade e de incerteza desenvolvendo atividades onde estas duas noções possam ser simuladas e depois discutidas;
- 6 - Desenvolver a capacidade de comunicar estatisticamente incentivando à utilização de terminologia estatística de uma forma crítica;
- 7 - Desenvolvimento de atitudes estatísticas seguindo uma metodologia de investigação.

Chance (2002) foca-se no que delMas (2002) denomina por terceiro braço de desenvolvimento estatístico: o pensamento estatístico. Para os autores, levar os alunos a “pensar estatisticamente” parece ser desejável mas não é imediatamente óbvio o que é

que isso envolve e avançam com a ideia de que “o que é única no pensamento estatístico, que está para além do raciocínio e literacia é a capacidade de ver o processo como um todo” (p. 4). Isto é, ir para além da compreensão e interpretação da informação estatística apresentada ou da capacidade de usar ferramentas e conceitos estatísticos, sendo capaz de colocar questões e investigar os assuntos e dados envolvidos num contexto específico. O pensamento estatístico envolve, assim, uma compreensão do porquê e de como é que as investigações estatísticas são conduzidas bem como das “grandes ideias” que lhes estão subjacentes (Garfield, delMas & Chance, 2003).

Wild e Pfannkuch (1999) fornecem uma descrição dos processos de pensamento envolvidos na resolução de problemas estatísticos e identificam quatro dimensões para o pensamento estatístico: os tipos de pensamento, o ciclo investigativo, o ciclo interrogativo e as disposições.

A figura 1 mostra o esquema elaborado por estas duas autoras para o ciclo investigativo de PPDAC (problema, plano, dados, análise e conclusão). Neste ciclo há uma preocupação com a abstração e a resolução de um problema estatístico baseado num problema “real” mais complexo. Os conhecimentos adquiridos e as necessidades identificadas na resolução do problema podem dar início a outro ciclo de investigação.

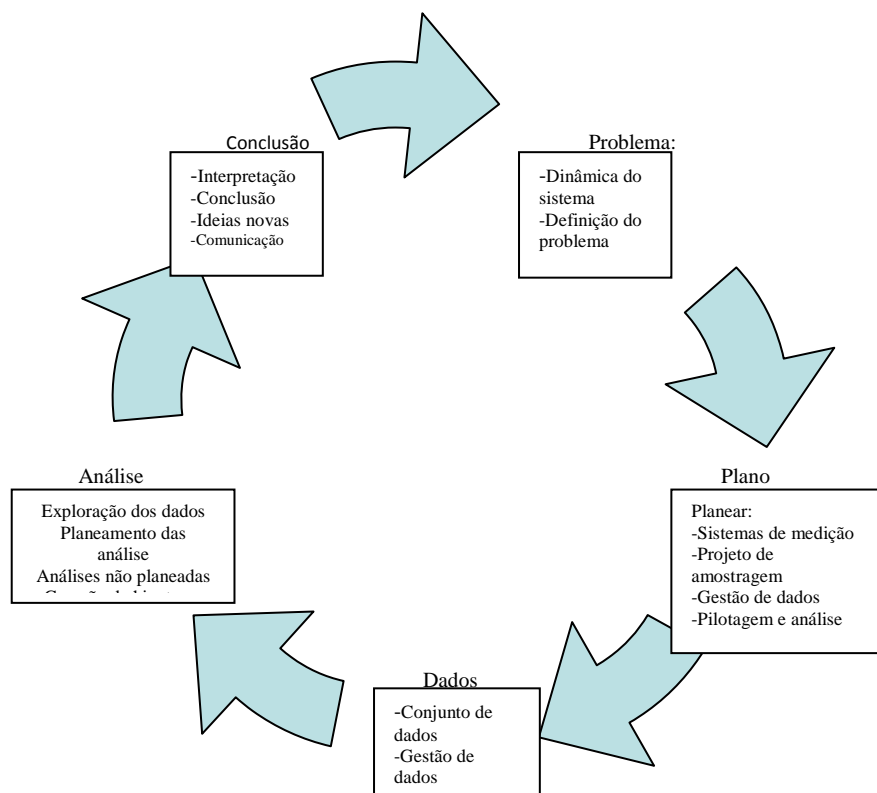


Figura 1- Ciclo Investigativo PPDAC (Wild & Pfannkuch, 1999)

Na dimensão relativa aos tipos de pensamento, as autoras apresentam os elementos que acreditam ser as bases em que assenta o raciocínio estatístico:

- Reconhecimento da necessidade dos dados, uma vez que o reconhecimento das inadequadas experiências pessoais provam que o desejo de basear as decisões na recolha deliberada de dados é um impulso estatístico;

- A transnumeração, que tem presente que a ideia fundamental para fazer a abordagem estatística é formar e mudar aspetos de representação de dados para chegar a uma melhor compreensão do sistema. Este processo ocorre quando encontramos maneiras de recolher os dados (através de medição ou classificação) e capturar elementos significativos da vida real;

- A variação, uma vez que o raciocínio estatístico se prende com a tomada de decisões sobre incerteza que decorre da variação sempre presente;

- O raciocínio com modelos, uma vez que todo o pensamento usa modelos, ou estruturas para pensar acerca de certos aspetos da investigação de forma genérica;

- A interação da estatística e do contexto é necessária, pois o contexto é uma das matérias primas sobre a qual o pensamento estatístico trabalha. Sem algum conhecimento do contexto não se pode desenvolver o pensamento estatístico e devem-se estabelecer conexões entre eles para se chegar ao significado do resultado das análises. No ciclo interrogativo, Wild e Pfannkuch (1999) afirmam que este pode gerar possibilidades de levar a uma procura de possíveis causas, explicações e mecanismos, gerando modelos. Numa fase posterior, faz-se a procura de informações internas (observação do seu próprio pensamento, procura de conhecimentos relevantes na memória) ou externas (obtenção de informação ou ideias externas ao indivíduo). Esta procura inclui a recolha de dados estatísticos, mas a um nível mais detalhado. A fase da interpretação processa os resultados da procura e a fase crítica envolve a verificação das informações das ideias e da sua consistência interna, procurando contrapor com os pontos de referência, a seleção que inclui: a finalidade do pensamento, o sistema de crenças e as respostas emocionais.

A fase do julgamento é o ponto da decisão crítica onde se decide o que fazer, o que se mantém, o que se rejeita ou ignora e o que se guarda provisoriamente:

Este julgamento é aplicado a coisas como a confiabilidade das informações, a utilidade das ideias, a praticidade do envolvimento dos planos, a conformidade com o contexto da matéria e a compreensão estatística, a plausibilidade relativa de explicações

concorrentes, o mais provável e o menos provável de um conjunto de cenários possíveis, a necessidade de mais investigação e a muitas outras questões envolvidas na construção e no raciocínio de modelos (Wild & Pfannkuch, 1999, p.232-234).Na figura 2 pode-se observar as várias fases do ciclo interrogativo.

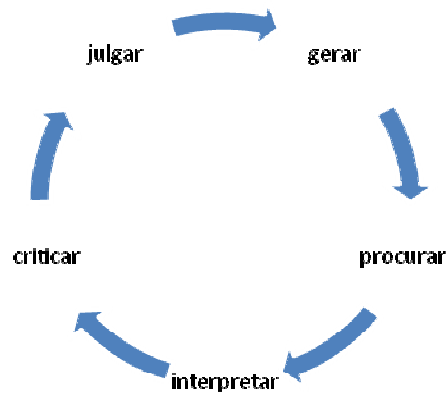


Figura 2 - Ciclo interrogativo (Wild & Pfannkuch, 1999)

As disposições são as que, mais ou menos, controlam a qualidade do ciclo interrogativo. Esta dimensão identifica as atitudes científicas gerais e o sistema de crenças que são muito importantes para a qualidade do pensamento estatístico superior, como o cepticismo, a abordagem, o envolvimento ou propensão para ir procurar um significado mais aprofundado.

Também Sosa (2010) apresenta uma tabela onde resume estes três conceitos, tendo em conta a perspectiva de Garfield (2002) e Garfield, delMas e Chance (2003):

Tabela 3 - Distinção entre Literacia estatística, raciocínio estatístico e pensamento estatístico (Sosa, 2010)

Literacia estatística	Raciocínio estatístico	Pensamento estatístico
<p>Supõe:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>.conhecimento do uso da linguagem e de ferramentas estatística;</li> <li>.conhecimento do significado dos termos estatísticos;</li> <li>.reconhecimento do uso dos símbolos estatísticos;</li> <li>.reconhecimento e capacidade de interpretar representações de dados;</li> <li>.inclusão de técnicas básicas e importantes que podem ser usadas para compreender informação estatística ou resultados da investigação;</li> <li>.organização de dados, construção e apresentação de tabelas e trabalhar com diferentes representações de dados;</li> <li>.inclusão da compreensão de conceitos, vocabulário e símbolos;</li> <li>.inclusão da compreensão da probabilidade como uma medida de incerteza.</li> </ul>	<p>É o processo pelo qual as pessoas raciocinam as ideias estatísticas e adquirem o sentido da informação estatística.</p> <p>Supõe:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>.conexões de um conceito com outro;</li> <li>.combinação de dados aleatórios;</li> <li>.compreensão e capacidade de explicar processos estatísticos;</li> <li>.interpretação da totalidade dos resultados estatísticos;</li> <li>. fazer interpretações baseadas num conjunto de dados ou resumir dados estatísticos;</li> </ul>	<p>Supõe:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>.o conhecimento do porquê e do como se realizam investigações estatísticas;</li> <li>.reconhecimento e compreensão dos processos completos da investigação estatística;</li> <li>.compreensão de como se usam os modelos para simular fenómenos aleatórios e como se produzem os dados para estimar probabilidade;</li> <li>.reconhecimento do como, quando e porquê se usam ferramentas inferenciais;</li> <li>.compreender o porquê e o como as “grandes ideias” surgem na investigação estatística;</li> <li>.compreensão da natureza da variação e quando usar apropriadamente métodos de análise de dados;</li> <li>.compreensão da natureza da amostragem, como fazer inferências a partir da amostra e porque é que os desenhos experimentais são necessários para estabelecer causas.</li> </ul>

Como se evidencia no que se apresentou, não é clara a distinção entre literacia, raciocínio e pensamento devido à sobreposição entre estes três domínios. Com base nessa perspetiva, delMas (2002), fornece dois modelos para ilustrar como é que a literacia estatística, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico podem estar



relacionados entre si. Se nos concentrarmos na literacia estatística como desenvolvimento das habilidades básicas e conhecimentos que são necessários para desenvolver o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico, o diagrama de Venn da figura 3, pode ser apropriado. Tendo em conta esta perspetiva, o conteúdo específico de cada domínio pode ser desenvolvido independentemente dos outros dois através das atividades de ensino e aprendizagem, mas existe uma certa sobreposição entre domínios, e, então, algumas atividades de ensino podem-se desenvolver em simultâneo.

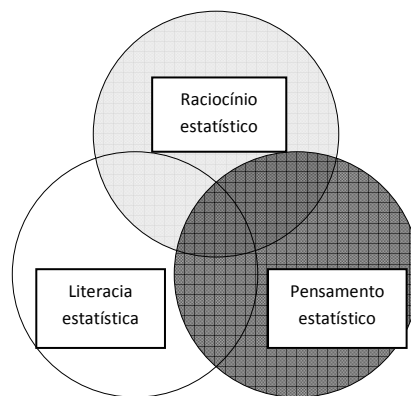


Figura 3- Objetivos da educação estatística: domínios independentes com alguma sobreposição (delMas, 2002)

Uma outra perspetiva, representada na figura 4, trata a literacia estatística como uma meta abrangente da educação. O raciocínio estatístico e o pensamento estatístico já não têm o conteúdo independente da literacia. Tornam-se submetas no desenvolvimento do cidadão estatisticamente competente. O autor afirma, ainda, que um “perito estatístico” não é apenas um indivíduo que sabe “pensar estatisticamente”, mas é uma pessoa que desenvolveu a sua literacia estatística.

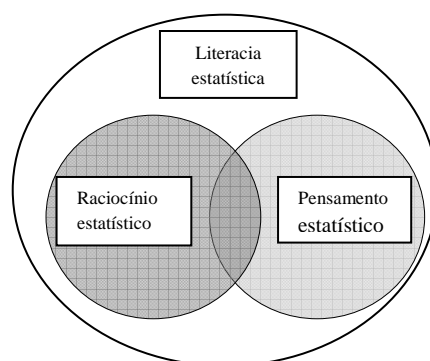


Figura 4 - Objetivos da educação estatística: raciocínio estatístico e pensamento estatístico incluídos na literacia estatística (delMas, 2002)

Segundo delMas (2002) o resultado da consciência de dados pode revelar um desenvolvimento da literacia estatística, do raciocínio estatístico e do pensamento estatístico que estão presentes em quase todos os tópicos da estatística. Por esse motivo e, de acordo com o autor, a figura 4 representa melhor a sobreposição destes três domínios, ainda que exista uma separação entre a literacia e os outros dois domínios. No entanto, o autor afirma que a distinção entre estes três domínios não depende dos seus conteúdos. Neste sentido apresenta um conjunto de atividades subjacentes ao desenvolvimento de cada um destes três domínios:

Tabela 4 - Atividades subjacentes ao desenvolvimento da literacia, raciocínio e pensamento estatísticos (delMas, 2002)

Literacia estatística	Raciocínio estatístico	Pensamento estatístico
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificar</li> <li>- Descrever</li> <li>- Reformular</li> <li>- Traduzir</li> <li>- Interpretar</li> <li>- Ler</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Porquê</li> <li>- Como</li> <li>- Explicação (o processo)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Aplicar</li> <li>- Criticar</li> <li>- Avaliar (generalização)</li> </ul>

Com esta tabela, delMas (2002) pretende mostrar que, quando o objetivo é desenvolver a literacia estatística, pede-se aos alunos para identificar exemplos ou conceitos, para descrever gráficos, distribuições e relações, reformular ou traduzir os resultados estatísticos ou interpretar os resultados de um processo estatístico. Quando o objetivo é desenvolver o raciocínio estatístico é pedido aos alunos o “porquê” ou o

“como” é que os resultados foram produzidos. Finalmente, quando o objetivo é desenvolver o pensamento estatístico, solicita-se aos alunos que justifiquem as suas conclusões. Aqui os alunos são desafiados a aplicar a sua compreensão do mundo real, para criticar e avaliar as conclusões ou para generalizar conhecimentos obtidos em sala de aula a partir de exemplos de situações novas.

Resumindo, Branco e Martins (2010) referem que o raciocínio estatístico envolve um processo explícito, em contrapartida, o pensamento estatístico envolve um processo implícito. Estes autores não consideram que haja sobreposição entre o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico. Por seu lado, Sosa (2010), com base na perspectiva de Garfield (2002) e Garfield, delMas e Chance (2003) apresenta uma tabela onde se pode observar uma sobreposição entre a literacia estatística, o pensamento estatístico e o raciocínio estatístico. delMas (2002) reforça esta sobreposição, apresentando dois modelos que ilustram a forma como a literacia estatística, o pensamento estatístico e o raciocínio estatístico podem estar relacionados entre si. Uma perspectiva mostra que cada domínio tem o seu conteúdo e podem desenvolver-se actividades de aprendizagem independentes umas das outras, embora exista uma certa sobreposição e, nesse caso essas actividades podem desenvolver-se ao mesmo tempo. Na outra perspectiva, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico não têm o conteúdo independente da literacia estatística.

Em suma, existem situações em que estes domínios podem agir independentemente dos outros assim como há situações em que eles se sobrepõem. Embora sejam conceitos diferentes, estão relacionados.

**Investigações estatísticas.** As investigações estatísticas são um contexto adequado ao desenvolvimento da literacia estatística dos alunos, uma vez que envolvem aspetos específicos do raciocínio e pensamento estatístico e, simultaneamente, permitem cumprir um objetivo do ensino: “O ensino da estatística visa desenvolver nos alunos a capacidade de planear e executar uma investigação estatística, bem como a capacidade de interpretar e avaliar criticamente os resultados de um estudo estatístico já realizado” (Martins. & Ponte, 2010, p. 11)

De acordo com os referidos autores “uma investigação estatística é uma tarefa em que se começa por definir uma área de interesse – suscitada por uma curiosidade ou por uma necessidade muito concreta – e que se desenvolve ao longo de quatro etapas”

(p. 139). A primeira etapa é a formulação de questões e a conceção do plano, a segunda etapa é a recolha de dados, a terceira etapa é a representação e análise de dados e a quarta etapa é a interpretação dos dados e formulação de conclusões.

Na primeira etapa, formula-se o problema a investigar e deve ter por base temas que sejam do interesse dos alunos. Na segunda etapa planeiam-se os dados a serem seleccionados e recolhidos e que sejam relevantes para responderem às questões formuladas. Na terceira etapa procede-se à organização e representação dos dados recolhidos, levando os alunos à sua exploração de forma a seleccionarem a informação necessária para responderem às questões formuladas. Na quarta etapa os alunos chegam a conclusões a partir dos dados obtidos. Esta etapa requer uma reflexão sobre a investigação estatística realizada, tendo presente a adequação dos dados e a eficiência da análise realizada para responder às questões iniciais (Henriques & Oliveira, 2011). Em relação às etapas, as autoras, acrescentam que a compreensão da representação e análise de dados “envolve muitos assuntos complexos, desde a sua ordenação, passando pelo significado dos números num gráfico e pela escolha de medidas apropriadas para sumarizar e comparar grupos, até à identificação entre variáveis” (p. 4). Outro aspeto a ter em conta é a escolha da representação adequada de modo a facilitar a análise dos dados. Na interpretação de resultados, salientam a importância, com base nos resultados obtidos, de se formularem conclusões, de se verificar se os dados foram adequados ou não e, se a sua análise, responde às questões inicialmente colocadas. Esta análise pode conduzir os alunos a formularem novas questões. Batanero (2001) acrescenta que uma investigação estatística é aquela que pressupõe que o aluno utilize metodologias quantitativas, englobando a linguagem e os métodos estatísticos num processo mais global de investigação.

Diversos autores evidenciam a importância do contexto na investigação estatística. Will e Pfannkuch (1999), por exemplo, afirmam que a investigação estatística é usada para expandir o corpo do conhecimento do contexto. Henriques e Oliveira (2012) salientam que a investigação estatística deve ser levada a cabo em contextos diversificados, abrangendo diversos tópicos do programa e Carvalho (2003) reforça que o contexto motiva os procedimentos para a recolha de dados.

Como refere Sousa (2002, p. 4), a investigação estatística “permite conjugar as potencialidades formativas das tarefas de investigação com as do ensino da estatística”, acrescenta, ainda, que este tipo de investigação “permite criar condições para que os

alunos pensem matematicamente, definindo objectivos e traçando os seus próprios caminhos” (p. 7). A mesma autora reforça a importância da investigação estatística como experiência de aprendizagem, afirmando que esta promove a interdisciplinaridade, levando os alunos a pesquisar sobre conteúdos de outras disciplinas e quando se tratam de temas de ordem social, pode conduzi-los a participarem em debates e fazer reflexões, contribuindo para o desenvolvimento pessoal e social dos alunos.

### **2.3. Representação de dados estatísticos**

**Representações gráficas.** A organização dos dados em tabelas e a sua representação gráfica facilita a visualização rápida de padrões e de tendências. A estruturação de tabelas e a escolha do gráfico mais adequado, para o estudo de uma determinada situação, depende do tipo de dados e do que queremos estudar (Martins, Loura & Mendes, 2007).

Já no Paleolítico Superior (40.000 a. c.) o Homem recorria a imagens pictóricas e outros símbolos (pinturas rupestres) para efetuar registos de estatística simples, como representar o número de pessoas, animais e objetos (Curcio, 1989). Mas foi a partir do século XVII, com René Descartes, filósofo, físico e matemático francês, que se assistiu a uma evolução significativa do gráfico, no sentido moderno. Alguns dos gráficos mais usados, atualmente, como o gráfico de barras, o gráfico de linhas e o gráfico circular, só surgiram mais tarde, em 1786, com William Playfair, engenheiro e economista escocês (Silva, 2006).

Depois do lento desenvolvimento dos gráficos, ligado a necessidades políticas e comerciais, é a partir do século XIX e, principalmente, do século XX, que se verifica um crescimento acentuado, tanto na diversidade de gráficos utilizados em análise estatística, como da visão da importância dos gráficos em estatística (Arteaga, 2010). Para este autor, a evolução tecnológica também foi um fator crucial para o desenvolvimento dos gráficos devido à facilidade com que se produz gráficos em pouco tempo. Este autor acrescenta que atualmente, a informação estatística está cada vez mais presente nos meios de comunicação social, sobre a forma de tabelas e gráficos, e é fundamental a sua correta interpretação para uma cidadania plena.

As representações gráficas, as tabelas e os diagramas surgem em diversos contextos do dia-a-dia dos alunos (não exclusivamente escolares) e são usados, frequentemente, para comunicar dados estatísticos (Curcio, 1989). Justifica-se, assim, a necessidade de desenvolver nos alunos competências que os ajudem a representar e a interpretar essa informação de um modo crítico e reflexivo, elevando os seus níveis de literacia (Carvalho, 2009). No entanto, estas competências não se desenvolvem apenas por intuição, é necessário desenvolver metodologias de sala de aula que promovam o trabalho com as representações gráficas, permitindo que os alunos realizem aprendizagens significativas sobre o conceito de gráfico e seus elementos e, conseqüentemente, desenvolvam a compreensão dos mesmos (Curcio, 1987; Shaughnessy, 2007).

Batanero e Godino (2002) apontam que os cidadãos de hoje precisam de adquirir capacidades de leitura e de interpretação de gráficos estatísticos que aparecem nos meios de comunicação social. Para estes autores, as principais razões que fundamentam o ensino dos mesmos são:

- A utilidade para a vida depois da escola, uma vez que em muitas profissões são precisos conhecimentos básicos sobre esta temática;
- O seu estudo auxilia o desenvolvimento pessoal, incentivando o raciocínio crítico, baseado na avaliação das evidências objetivas dos dados, perante critérios subjetivos;
- Ajuda a compreender as questões remanescentes do currículo, tanto na escolaridade obrigatória como mais tarde, onde são frequentemente confrontados com gráficos, resumos ou conceitos estatísticos.

Uma das vantagens dos gráficos é que estes podem ser usados para comunicar a informação, como uma ferramenta para análise de dados e ajudam a reter na memória uma grande quantidade de informações de forma eficiente (Cazorla, 2002).

Os elementos constituintes de um gráfico têm sido objeto de vários trabalhos. De acordo com Friel, Curcio e Bright (2001), um gráfico deve ter os seguintes elementos estruturais:

- O título e as etiquetas que indicam o conteúdo do gráfico e quais as variáveis nele representadas. Estes elementos não devem ser ambíguos;

- O quadro do gráfico que inclui eixos, escalas e padrões de referência em cada eixo. Este quadro deve fornecer informações sobre a unidade de medida e as magnitudes representadas;

- Os especificadores do gráfico que são os elementos utilizados para representar os dados, como as barras no gráfico de barras ou os pontos no gráfico de pontos;

- O fundo que inclui as cores, a quadrícula, a imagem sobre a qual pode ser representado o gráfico.

Embora diferentes tipos de gráfico tenham estas quatro componentes, também têm a sua própria linguagem com as suas componentes estruturais que podem ser usadas para discutir os dados apresentados. Silva (2006), acrescenta aos elementos referidos anteriormente a legenda e as linhas auxiliares. O mesmo autor, ainda refere que os gráficos têm de ter a área do desenho do gráfico e a área exterior ao gráfico, onde está o título (escrito por cima do gráfico, na horizontal e alinhado à esquerda ou centrado), que deve ter a informação essencial para a interpretação correta do gráfico, a legenda e os rótulos. Os rótulos fornecem indicações sobre os eixos, nomeadamente, as frequências, as categorias ou variáveis e devem fazer referência às unidades adotadas no caso de valores numéricos. Já a legenda, pode estar em qualquer uma das áreas e é constituída por símbolos e respetivas designações. Os eixos das frequências e das variáveis e as linhas auxiliares encontram-se na área do desenho do gráfico, normalmente horizontais, mas que no caso de gráfico de linhas também podem ser verticais. Se as variáveis forem numéricas devem colocar-se da esquerda para a direita no eixo horizontal e de baixo para cima no eixo vertical, normalmente a partir do zero (Wallgren, Wallgren, Persson, Jorner & Haaland, 1996).

O **gráfico de barras** simples é uma das representações de fácil construção e leitura. Watson (2006) sugere que este tipo de gráfico seja introduzido desde os primeiros anos de escolaridade, pois estes oferecem oportunidades de estabelecer conexões com outros temas matemáticos (Curcio et al., 2001).

Normalmente é utilizado para representar dados de variáveis qualitativas ou quantitativas discretas, segundo categorias e é expresso por barras com uma largura uniforme, cuja altura ou comprimento é proporcional à quantidade que representam (Arteaga, 2010, Curcio, 1989). É composto por dois eixos perpendiculares, devidamente legendados e rotulados, que se intercetam na origem. As frequências também podem ser colocadas no eixo horizontal ou vertical. Na construção de um gráfico de barras

simples, o espaçamento entre as barras deve ser aproximadamente igual à largura das barras, pois se for demasiado grande dificulta a comparação dos dados e se for demasiado próximo parece-se com um histograma (Silva, 2006).

O **pictograma**, de acordo com Martins e Ponte. (2010, p. 57) “é uma representação gráfica que usa símbolos alegóricos para representar as variáveis que se estão a estudar. A representação é idêntica ao gráfico de barras, mas estas são substituídas pelo número de símbolos correspondentes a cada categoria”. É de salientar que, por vezes, uma figura representa mais do que um indivíduo, pelo que nesses casos, junto à representação gráfica deve estar indicado o valor de cada figura. Este tipo de gráfico, pelas suas características, é adequado para os níveis escolares iniciais (Carvalho, 2009). De facto, mesmo que utilizado sem legenda, o gráfico pode ser compreendido pelos alunos mais novos, uma vez que o símbolo é normalmente revelador do que se pretende representar, embora a sua divisão possa ser um obstáculo para algumas crianças (Curcio, 1989).

O **gráfico circular** tem como base um círculo, dividido em setores circulares através de segmentos de reta que partem do centro do círculo. Estes setores são proporcionais à quantidade que representam (Monteiro, 1999), correspondendo cada um a um ângulo, que no todo somam um ângulo de  $360^\circ$ . O círculo representa a forma como o total de um conjunto de dados se distribui pelas categorias e cada setor representa uma fracção do total de dados (Martins & Ponte, 2010, p. 63). Este gráfico é, por isso, útil para comparar dados representados em percentagens ou proporções (Curcio et al, 2001).

No mesmo sentido, Curcio (1989) afirma que estes gráficos são usados quando se pretende comparar as partes entre si e com o todo e acrescenta que apresentar um gráfico circular a uma criança só é apropriado quando esta já tiver abordado o tema das frações. Segundo a autora, o sucesso para construir este tipo de gráfico depende se a criança já tem a noção de proporção e se consegue manejar a régua e o compasso. Assim, numa fase inicial, as crianças devem, apenas, conseguir lê-lo e, só mais tarde, construí-lo (Martins & Ponte, 2010, p. 63). Apesar disso, Watson (2006) defende que a interpretação deste tipo de gráficos é importante para ajudar na compreensão da parte-todo nas frações e nas percentagens. A sua fácil interpretação é apontada como uma vantagem para o uso deste tipo de gráfico mas a desvantagem está patente em situações



em que as variáveis têm muitos valores, não permitindo uma visualização clara da informação e, conseqüentemente, não é produtivo (Arteaga, 2010).

O **gráfico de pontos** é considerado a representação gráfica mais simples e não requer uma organização prévia dos dados, este tipo de representação pode-se ir construindo à medida que os dados vão sendo recolhidos (Martins & Ponte, 2010). Moore (1999) acrescenta que este tipo de representação gráfica permite representar adequadamente pequenos conjuntos de dados e tem a grande vantagem de ser facilmente construído à mão. Para construir o gráfico de pontos, começa-se por desenhar um eixo horizontal (ou vertical), onde se assinalam as diferentes modalidades ou categorias da variável em estudo e, por cima de cada modalidade (ou ao lado), representa-se um ponto, sempre que se recolher um dado ou, quando num conjunto de dados, se encontre um elemento dessa categoria (Martins & Ponte, 2010; Martins, Loura & Mendes, 2007).

Martins e Ponte (2010) acrescentam que este tipo de representação gráfica facilita a visualização das categorias predominantes e das menos frequentes. Os autores salientam que “o gráfico de pontos dá uma informação muito semelhante à que é transmitida pelo gráfico de barras”. Se desenhar um quadrado à volta de cada ponto e, de seguida apagar esse ponto, “o gráfico de pontos evolui para outro gráfico, com aspecto semelhante ao gráfico de pontos, mas com barras” (Martins & Ponte, 2010; Martins, Loura & Mendes 2007).

Para além dos gráficos, podemos organizar os dados em *tally charts* que podem servir de base para a construção de tabelas de frequência, embora não seja um passo necessário para o fazer. Este esquema de contagem gráfica é muito simples e pode ser construído à medida que vamos recolhendo os dados ou a partir de um conjunto de dados. É vantajoso, uma vez que permite “identificar as diferentes categorias ou modalidades que a variável qualitativa pode assumir no conjunto dos dados e organizar os dados de tal maneira que facilmente se conta o número de elementos (frequências absolutas) em cada uma dessas categorias” (Martins & Ponte, 2010, p. 49).

Outra forma de organizar os dados e resumir a informação neles contidos são as **tabelas** que também nos fornecem uma visualização rápida do “comportamento” dos dados (Martins, Loura & Mendes, 2007). Friel, Curcio e Bright (2001), referem que tabelas podem ser usadas de duas maneiras: como forma de exibição dos dados ou como ferramenta de transição para organizar a informação a ser representada graficamente.

Por vezes, para se fazer um gráfico, pode ser necessário organizar os dados em tabelas (por exemplo, frequência), para facilitar a compreensão dos dados. Uma tabela de frequência representa “a distribuição da variável na amostra em estudo, isto é, quais as categorias ou modalidades que assume, assim como a frequência (absoluta ou relativa) com que assume essas modalidades” (Martins, Loura & Mendes, 2007, p. 24).

As tabelas de frequências para dados qualitativos discretos e para dados quantitativos discretos são muito idênticas. Ambas permitem a organização dos dados em três colunas: coluna das categorias ou classes, coluna das frequências absolutas e coluna das frequências relativas. As tabelas de frequências para dados quantitativos discretos podem ter, ainda, mais duas colunas: coluna das frequências absolutas acumuladas e a coluna das frequências relativas acumuladas. Na tabela de frequências para dados qualitativos discretos, a coluna das categorias ou classes indicam-se todas as categorias da variável em estudo, na coluna das frequências absolutas regista-se o total de elementos da amostra para cada categoria e na coluna das frequências relativas, para cada categoria, coloca-se o quociente da divisão da respectiva frequência absoluta pela dimensão da amostra. Na tabela de frequências para dados quantitativos discretos, na coluna das classes, colocam-se todos os valores diferentes que surgem na amostra, na coluna das frequências absolutas registam-se o total dos elementos da amostra que pertencem a cada classe, na coluna das frequências relativas regista-se o quociente da divisão da respectiva frequência absoluta pela dimensão da amostra, na coluna das frequências absolutas acumuladas, para cada classe, coloca-se a soma da frequência absoluta observada nessa classe com as frequências absolutas observadas nas classes anteriores e na coluna das frequências relativas acumuladas, para cada classe, coloca-se a soma das frequência relativa observada nessa classe com as frequências relativas observadas nas classes anteriores (Martins & Ponte, 2010; Martins, Loura & Mendes 2007).

Efetivamente, as tabelas servem como instrumentos eficazes para organizar e representar dados (Friel, Curcio & Bright, 2001). No entanto, Martins e Ponte (2007) apontam que:

“a principal vantagem dos gráficos relativamente às tabelas de frequências, está na rapidez de leitura, pois permite-nos ter uma percepção imediata de quais as categorias de maior e menor frequência, assim como a ordem de grandeza de cada categoria relativamente às distantes” (p. 56).

**Compreensão gráfica.** Friel, Curcio e Bright (2001) definem compreensão gráfica como a capacidade dos leitores para entender o significado dos gráficos criados por outros ou por eles próprios. A compreensão gráfica envolve ser capaz de ler os gráficos e dar sentido aos gráficos. Também é importante saber fazer a escolha do gráfico ideal para determinada situação, assim como colocar questões sobre ele que conduzam à compreensão gráfica.

Para Friel, Curcio e Bright (2001), diferentes níveis de perguntas promovem diferentes níveis de compreensão gráfica. Tendo em conta este aspeto, os autores construíram uma tabela (tabela 5) com a taxonomia das competências necessárias para responder a perguntas sobre gráficos, tendo em conta os níveis das questões atribuídas por vários autores, a saber:

- Nível elementar, que se foca na extração dos dados do gráfico (localização e tradução);
- Nível intermédio, caracterizado pela interpolação e identificação das relações entre os dados apresentados no gráfico (integração e interpretação);
- Nível avançado, que requer a extrapolação dos dados e a análise das relações implícitas no gráfico.

Tabela 5 - Taxonomia das competências necessárias para responder a perguntas sobre gráficos (Friel, Curcio & Bright, 2001)

<b>Nível das questões</b>			
<b>Autor</b>	<b>Elementar</b>	<b>Intermédio</b>	<b>Avançado</b>
Bertin (1983)	Extraír informações elementares.	Reduzir categorias do número de dados por meio de combinações e compilações de dados para descobrir ou criar novas categorias.	Reduzir todos os dados a uma única instrução ou relação sobre os dados.
Curcio (1987)	(ler os dados) Com base na informação do gráfico, responder a perguntas explícitas nele.	(ler entre os dados) Interpretar e integrar a informação apresentada no gráfico.	(ler por trás dos dados) Fazer predições e inferências para responder a questões)
Mcknight (1990)	Observar factos únicos e relações gráficas apresentadas pelos dados ou interpretar relações, quando as respostas reafirmam os factos	Observar as relações dentro do gráfico, interpretar o gráfico sem referência aos elementos gramaticais no contexto; Interpretar qualquer relação, afirmando que uma relação existe, sem a descrever ou fazer declarações simples sobre essas relações.	Avaliar o próprio sobre as provas fornecidas pelos dados quantitativos.
Wainer (1992)	Extraír os dados	Identificar tendências em partes dos dados.	Compreender a totalidade da estrutura dos dados, usualmente feita por meio de comparações entre tendências e vendo grupos.
Carswell (1992)	Ponto de leitura ou atenção para um único especificador.	Visualizar localmente ou globalmente, comparando as características atuais do gráfico e dando atenção a mais do que um especificador.	Sintetizar ou integrara maioria ou todos os valores do gráfico.

Tendo em conta os aspectos que são avaliados na compreensão gráfica, Wainer (1980), com base nas categorias propostas por Bertin (1973), citadas nos níveis de compreensão dos gráficos, concluiu que as perguntas de nível elementar são mais fáceis de responder do que as perguntas que se encontram noutra nível de compreensão.

Wu (2004), no seu estudo sobre a compreensão gráfica dos estudantes do nível secundário e, usando os níveis de compreensão de Curcio, concluiu que os estudantes têm mais dificuldade na avaliação e interpretação gráfica. Para Friel, Curcio e Bright (2001) é fulcral para a compreensão do gráfico a interação entre o processo de decodificação visual, a natureza das tarefas e efeito da configuração contextual. Estes autores acrescentam que existem três tipos de comportamentos que parecem estar relacionados com a compreensão do gráfico: tradução, interpretação e extrapolação/interpolação. A tradução requer uma alteração na forma da comunicação. Pode-se traduzir a tabela de dados em palavras ou interpretar um gráfico num nível descritivo, comentando a sua estrutura. A interpretação requer a reorganização do material, classificando-o dos fatores mais importantes para os menos importantes. A extrapolação/interpolação é uma extensão da interpretação que exige a essência da comunicação e as suas consequências. Wu (2004) acrescenta uma quarta competência, relacionada com a compreensão dos gráficos, que denomina por avaliação, defendendo que os alunos devem saber avaliar a precisão e eficácia de um gráfico.

Já Batanero e Godino (2000, citado em Briceñ, 2009) distinguem quatro níveis de compreensão dos gráficos que se podem aplicar a tabelas e gráficos:

- Leitura literal - requer apenas uma leitura dos dados do gráfico, não se interpreta a informação nele contida;
- Interpretação dos dados – requer a interpretação e a integração dos dados do gráfico. Compara quantidades e usa outros conceitos e destrezas matemáticas;
- Fazer inferências - requer que o leitor realize predições e inferências a partir da informação dos dados que não estão refletidos diretamente no gráfico;
- Classificação dos dados - classifica a fiabilidade e a complexidade dos dados.

Em relação aos fatores que influenciam a compreensão gráfica, Friel, Curcio e Bright (2001) afirmam que as características das tarefas, das disciplinas e dos leitores constituem fatores críticos para a compreensão dos gráficos. Dentro das características das tarefas há que ter em conta a sintaxe da percepção do gráfico (decodificação visual), a importância das operações que envolvem o uso das propriedades sintáticas do gráfico (julgamento das tarefas) e o conteúdo semântico do gráfico (o contexto). Quanto às características da disciplina, como Moore (1991) observa, a estatística envolve o estudo sistemático dos dados, especificamente, a recolha dos dados, a descrição e apresentação dos dados e as conclusões a que se pode chegar a partir dos dados. Em

relação às características da disciplina, Curcio, Friel e Bright (2001) afirmam que a propagação e a variação dos dados, o tipo e o tamanho do conjunto dos dados e a complexidade do gráfico também podem influenciar a compreensão gráfica. Finalmente, relativamente às características do leitor do gráfico, Berg e Phillips (1994), num estudo que fizeram com onze alunos do 7.º, 9.º e 11.º anos para investigar a relação entre o pensamento lógico, a estrutura e as competências para construir e interpretar gráficos de linha, concluíram que havia uma relação entre o pensamento lógico, o raciocínio proporcional e as competências gráficas.

No sentido de desenvolver a compreensão gráfica, Roth e McGin (1997) sugerem o estudo dos gráficos como uma prática. Nesta perspetiva centram-se na participação e experiência do leitor e afirmam que os alunos com poucas oportunidades para se envolverem em tarefas gráficas mostram menos competência do que aqueles para quem este trabalho é rotina. Também Bowen e Roth (1998, citado em Sosa, 2010) consideram que para além da experiência, o conhecimento do fenómeno retratado no gráfico pode afetar a compreensão gráfica. No mesmo âmbito, Curcio (1987) levou a cabo um estudo sobre a compreensão das relações matemáticas expressas em gráficos, incluindo pictogramas, gráficos de barras, gráficos circulares e gráficos de linhas, também teve em linha de conta os conhecimentos prévios sobre o tema apresentado no gráfico, os conhecimentos prévios de matemática e os conhecimentos prévios de formas gráficas, chegando à conclusão que o grau de conhecimentos matemáticos e a idade influenciam os resultados.

Carrión e Espinel (2006) fizeram um estudo sobre as limitações e erros que os estudantes da primária podem cometer durante o processo de aprendizagem dos gráficos. O objetivo era analisar os diferentes comportamentos que as crianças assumiam no processo de construção e compreensão de gráficos mas identificaram, igualmente, como fatores que podem afetar o processo ensino e aprendizagem dos gráficos, os níveis socioeconómicos e os diferentes sistemas de ensino, chegando à conclusão que poucos alunos são capazes de compreender as relações entre os diferentes tipos de gráfico com o mesmo tipo de informação, o que os levou a refletir sobre a adequação dos dados às características de cada tipo de gráfico.

Resumindo Briceño (2009) e o que a literatura tem evidenciado, os fatores que foram mais estudados e que podem afetar a compreensão gráfica são:

- 1- Níveis de compreensão gráfica, como os diferentes níveis de investigação do estudo levado a cabo por Curcio (1987);
- 2- O sexo dos alunos, quando numa investigação se tem por objectivo estudar, se há diferença ou não, entre o género dos alunos e a compreensão gráfica;
- 3- Os erros que os alunos cometem, quando são analisadas as estratégias utilizadas pelos alunos para resolverem tarefas relacionadas com gráficos;
- 4- Os conhecimentos prévios, tanto matemáticos como de gráficos, que permitem saber o grau de influência que os conhecimentos matemáticos têm sobre a compreensão gráfica;
- 5- Os fatores socioeconómicos, que em algumas situações, intervêm para que os alunos alcancem níveis de compreensão diferentes.

**Construção de gráficos.** Um cidadão, para estar preparado para a análise e compreensão das informações apresentadas estatisticamente, não basta fazer a leitura e interpretação dos dados, mas também tem de saber construir uma tabela ou um gráfico que melhor represente os dados (Magina, 2011). Ao construir um gráfico, os alunos têm que realizar um conjunto de procedimentos e usar uma série de conceitos e propriedades, relacionados com o seu tipo, que permita apresentar, de modo compreensível, informações que de outro modo seriam difíceis de interpretar (Arteaga, 2010). No entanto, os alunos nem sempre possuem os conhecimentos necessários sobre os principais elementos de um gráfico (Carvalho, 2009), essenciais na compreensão das relações nele representadas e que, segundo Curcio (1989), são o título, os rótulos dos eixos e as escalas.

Friel, Curcio e Bright (2001), no que diz respeito à construção dos dados definem três competências:

- Reconhecer os elementos estruturais dos gráficos (eixos, escalas, etiquetas, especificadores) e as relações que estabelecem. Esta competência adquire-se quando é possível distinguir cada um destes elementos e se estes são ou não apropriados aos gráficos em questão;
- Avaliar o impacto de cada uma destas componentes na apresentação da informação fornecida pelo gráfico em questão;
- Traduzir as relações entre os dados apresentados no gráfico;

- Reconhecer quando é que um gráfico é mais útil do que outro, em função dos dados representados, ou seja, saber escolher o gráfico adequado ao tipo de variável e ao tipo de situação.

**Leitura e interpretação de gráficos.** A competência relacionada com a leitura e interpretação de gráficos deve ser desenvolvida de modo a que os alunos sejam capazes de extrair dados do gráfico e produzir informação a partir deles (Wu, 2004). Para caracterizar a compreensão da leitura gráfica, Curcio (1989) definiu três níveis que classifica como:

Nível 1 - Ler os dados, requer apenas leitura direta de um gráfico, sem interpretá-lo, atendendo apenas a factos representados explicitamente. Neste nível de leitura não é requerida qualquer operação matemática. As tarefas que envolvam apenas questões relacionadas com este nível de leitura são consideradas de baixo nível cognitivo;

Nível 2 - Ler entre os dados, já requer a interpretação, comparação, conhecimento de conceitos e habilidades. Neste nível, os alunos, já têm de fazer operações aritméticas como a soma, a subtração, a multiplicação e a divisão, para responder às questões. Os alunos já devem conseguir fazer inferências simples.

Nível 3 - Ler além dos dados, requer a ampliação de conceitos, predição, inferência. Para responderem às questões colocadas, os alunos, têm de ter conhecimentos prévios sobre os temas que estão a ser analisados. As respostas não se encontram explícitas no gráfico. Este é o nível que se deseja que os alunos atinjam.

Para esta autora, a capacidade de ler os dados presentes num gráfico é importante mas um indivíduo “só tira o máximo de potencial de um gráfico quando consegue interpretar os dados e generalizar para a realidade a informação presente” (p. 1). Shaughnessy (2007) acrescenta outro nível cognitivo aos anteriores, denominando-o por “ler por detrás dos dados” que consiste em avaliar o método de recolha de dados, a sua validade e fiabilidade assim como tirar possíveis conclusões mais extensas. Obriga a fazer conexões entre o contexto e o gráfico que surge dele.

Tomando por base estes níveis, Jonas, Thornton, Langrall Mooney (2000) consideram quatro etapas para a compreensão gráfica que se prendem com a leitura do gráfico: descrição dos dados, organização e redução dos dados, representação e análise dos dados e interpretação dos dados. Para cada uma destas etapas, Jonas et. al. (2000)



estabelecem elementos chave e, de acordo com todos eles, geram-se conjuntos de perguntas e tarefas para avaliar a compreensão gráfica.

A descrição dos dados, segundo os mesmos autores, engloba o que Curcio (1989) classifica de leitura dos dados. Nesta etapa, Jonas et al. (2000) identificam os seguintes elementos chave: a) ler o gráfico; b) ter consciência dos elementos que constituem o gráfico, como por exemplo, o título, os rótulos, entre outros; e c) reconhecer quando é que as diferentes representações representam os mesmos dados e avaliar diferentes representações para os mesmos dados. Na organização e redução dos dados, os mesmos autores, englobam ações mentais como ordenar, agrupar e resumir os dados. Também envolve a redução dos dados usando as noções de centro e dispersão. Nesta etapa os elementos chave são: a) agrupar e ordenar dados; b) reconhecer que essa informação pode perder-se na reorganização dos dados; c) descrever os dados em termos de representatividade e tipicidade; e d) descrever os dados em termos de propagação. A representação dos dados, neste contexto, envolve diferentes organizações do conjunto de dados e convenções dos elementos constituintes dos gráficos. Em relação à representação dos dados, Jonas et al. (2000), identificam os seguintes elementos chave: a) completar um gráfico; b) construção de gráficos para representar diferentes conjuntos de dados. A análise e interpretação dos dados englobam o reconhecimento de padrões, de tendências de exceções nos dados e ser capaz de fazer inferências e previsões a partir dos dados. É na análise e interpretação dos dados, que Jonas et al. (2000), incluem os níveis de Curcio (1987), “ler entre os dados” e “ler para além dos dados”. Aqui os elementos chave são: a) comparar e combinar dados (ler entre os dados); e b) inferir a partir dos dados (ler além dos dados). As perguntas em que as crianças têm de explicar conclusões, que podem ou não ser inferidas a partir dos dados, são rotulados por Jonas et al. (2000) como pensar além dos dados.

Num estudo que tinha por objetivo definir uma hierarquia para a interpretação dos gráficos, Ayoma (2006) verificou que havia uma relação próxima entre as respostas dos alunos e a natureza das questões. Além disso, esta autora considera que se podem distinguir cinco níveis na leitura:

Nível 1 - Idiossincrático - Os alunos não conseguem ler os valores ou tendências dos gráficos, não conseguem extrair algumas características do gráfico, como o contexto;

Nível 2 - Leitura básica de gráficos - Os alunos já conseguem ler valores e tendências nos gráficos, mas não conseguem explicar significados contextuais, não é possível contextualizar os eventos apresentados.

Nível 3 - Racional/Literal - Os alunos lêem valores e tendências, explicam os significados dos contextos e mostram no gráfico. Geralmente são incapazes de questionar a fiabilidade da informação.

Nível 4 - Crítica - Os alunos lêem e compreendem apresentando o significado contextual. Podem avaliar a confiabilidade do significado do contexto apresentado e podem questionar a informação apresentada.

Nível 5 - Colocar hipóteses e modelar - Os alunos podem ler gráficos, aceitar e avaliar algumas das informações apresentadas. A este nível, os alunos, já são pesquisadores estatísticos.

Briceño (2009, p. 33), no seu estudo, tomando como referência os níveis de compreensão de leitura gráfica citados por Friel, Curcio y Bright (2001), caracteriza-os da seguinte maneira:

- Ler os dados: 1) identificar os eixos explícitos no gráfico; 2) recolher informação muito elementar; 3) nível cognitivo baixo devido às respostas serem óbvias; 4) as respostas podem ser dadas olhando, apenas, para as etiquetas; 5) podem-se dar respostas vendo os especificadores; 6) não se realiza nenhuma operação aritmética; 7) apenas se observam dados do gráfico; 8) envolve uma decisão simples para dar respostas; 8) é o nível onde a maioria dos alunos responde corretamente.

- Ler entre os dados: 1) interpretar os dados do gráfico; 2) fazer comparação entre os dados; 3) identificar as relações matemáticas apresentadas; 4) é neste nível que se começam a verificar as dificuldades para os alunos; 5) interpretar as relações que existem entre os elementos do gráfico; 6) requer o mínimo de lógica de raciocínio para responder às questões; 7) as respostas baseiam-se nos dados.

- Ler além dos dados: 1) realizar inferências; 2) a informação não aparece tão explícita como no primeiro nível; 3) as respostas são apresentadas com base na mente do leitor 4) os valores do gráfico são utilizados para aceitar ou rejeitar uma afirmação; 5) compreender a estrutura dos dados na sua totalidade, comparando as tendências e/ou grupos de comparação.

**Erros e dificuldades dos alunos (na construção, leitura e interpretação de gráficos).** Alguns estudos realizados sobre o desenvolvimento da compreensão de gráficos estatísticos, em diversos níveis de ensino, têm mostrado que os alunos sentem dificuldades e cometem erros na sua construção (Carvalho, 2001; Curcio, 1987; Morais, 2010; Shaughnessy, 2007). Estas dificuldades podem surgir por ser uma temática pouco explorada pelos professores, na sala de aula, que consideram “um tema para o qual os alunos são facilmente motivados e em cuja aprendizagem não apresentam grandes dificuldades” (Sousa, 2002, p.78). Outros autores argumentam que também podem ser devidas às metodologias usadas, aos materiais usados e respetiva exploração (Fernandes, Carvalho & Ribeiro, 2007).

Carvalho (2001) constatou que as dificuldades associadas à construção de gráficos estatísticos, por alunos do 7.º ano de escolaridade, estavam relacionadas com a grandeza dos dados e com a definição de escalas adequadas para os representar. No estudo de Morais (2010), com alunos do 9.º ano, a identificação dos eixos horizontal e vertical foi uma dificuldade persistente numa grande variedade de tipos de gráficos. Além disso, a autora, ainda identificou algumas dificuldades relacionadas com a falta de rigor na construção do gráfico e com a seleção de um gráfico adequado para representar a situação proposta.

No que diz respeito ao gráfico de barras simples, os erros identificados na literatura como os mais comuns em relação à construção são a falta de centralidade das barras nos valores do eixo das variáveis, a construção de barras unidas (Arteaga, 2010; Morais, 2010), a não divisão uniforme das escalas (Wu, 2004), a existência de construções em que os valores das frequências não coincidem com os considerados nas escalas e a ausência de títulos e de rótulos nos eixos (Wu, 2004). Nestes gráficos também se verificam outras dificuldades associadas à marcação de escalas, nomeadamente omitir as escalas num dos eixos horizontal ou vertical ou em ambos, escolher uma escala inadequada ao conjunto de dados e marcar escalas em ambos os eixos, com um número insuficiente de divisões e que não contemplam o ponto de origem dos eixos coordenados (Arteaga, 2010; Wu, 2004).

Arteaga (2010) concluiu no seu estudo com futuros professores que nos gráficos circulares, além de não serem capazes de fazer a distribuição dos setores, os alunos não estão cientes do que os dados representam no gráfico circular. Fazem todas as secções com a mesma amplitude, o que torna a representação desnecessária. O facto de o aluno

não relacionar a amplitude do sector com a respectiva frequência, revela uma falha no raciocínio, tanto a nível numérico como a nível de proporcionalidade geométrica.

Na leitura dos gráficos também se detetam vários erros, que Arteaga (2010) agrupa da seguinte forma:

- Não alcançaram os níveis de leitura suficiente para extrair a informação dos dados, como por exemplo confundem os elementos do gráfico e mostram erros conceptuais;

- Os alunos cometem erros porque o gráfico está construído incorretamente, logo não lhes permite uma visualização clara da informação;

- Os alunos fazem confusão entre os valores da variável e da frequência, o que os leva a comparar as frequências entre si (que representaram no eixo do x), em vez de comparar a frequência com que aparecem valores diferentes.

Este autor considera que alguns erros e dificuldades sentidos pelos alunos em relação aos gráficos podem estar relacionados com um inadequado sentido geométrico. O autor observou que os alunos preferem utilizar as fórmulas matemáticas, de difícil memorização, quando têm de fazer algum cálculo, em vez de utilizarem diretamente o gráfico e apoiarem-se nas propriedades geométricas do mesmo, baseando-se na semelhança dos triângulos, onde se pode trabalhar a proporcionalidade, que é um conceito difícil para os estudantes.

Também para Friel, Curcio e Bright (2001), os erros observados nos níveis ‘ler os dados’ e ‘ler entre os dados’ podem estar relacionados com os conhecimentos matemáticos ou com a própria linguagem dos gráficos, levando os alunos a cometer erros de leitura de escalas ou dos eixos.

Nas tabelas 6 e 7 apresento, sumariadas, os erros e dificuldades na construção, na leitura e na interpretação de gráficos, que são referidos na literatura como mais comuns.

Tabela 6 - Erros e dificuldades na construção de gráficos

Autores	Erros e dificuldades
Carvalho (2011)	Grandeza dos dados e definição de escalas adequadas para os representar
Morais (2010)	Identificação do eixo horizontal e vertical.
Morais (2010)	Falta de rigor na construção e seleção do gráfico adequado para representar a situação proposta.
Arteaga (2010) Morais (2010)	Falta de centralidade das barras nos valores dos eixos das variáveis; Construção de barras unidas.
Wu (2004)	A não divisão uniforme das escalas.
Wu (2004)	Construção em que os valores de frequência não coincidem com os considerados na escala; Ausência de títulos e rótulos nos eixos.
Arteaga (2010) Wu (2004)	Dificuldade na marcação de escalas (omitir escalas num dos eixos ou em ambos, escalas inadequadas ao conjunto de dados, escala em ambos os eixos, escalas com números insuficientes de divisões, escalas que não contemplam o ponto origem dos eixos das coordenadas)
Arteaga (2010)	Nos gráficos circulares, distribuição de setores errados; Todas as seções com a mesma amplitude.

Tabela 7 - Erros e dificuldades na leitura e interpretação de gráficos

Autores	Erros e dificuldades
Arteaga (2010)	- Níveis de leitura insuficientes, confusão entre os elementos do gráfico; devido à construção incorreta do gráfico; confusão entre os valores da variável e da frequência - Inadequado sentido geométrico,
Friel, Curcio e Bright (2001)	- Dificuldades na leitura matemática, conhecimento/ linguagem; devido a erros de escala; erros na leitura dos eixos.



## **Capítulo III**

### **Unidade de ensino**

Neste capítulo começo por fazer uma breve caracterização do contexto escolar onde se desenvolveu a unidade de ensino que está na base do estudo. De seguida, apresento as principais orientações metodológicas que fundamentam esta unidade de ensino e a sua planificação, onde consta a descrição de cada uma das tarefas e os seus objetivos de aprendizagem. Incluo, também, uma referência à avaliação das aprendizagens e aos métodos de recolha de dados. Termino com uma descrição breve das aulas lecionadas.

#### **3.1. Caracterização do contexto escolar**

Este estudo tem por base a realização de uma unidade de ensino numa turma do 3.º ano da qual sou professora, de uma escola situada nos subúrbios de Lisboa. A escola está situada numa freguesia do concelho de Sintra, pertencente ao distrito de Lisboa e tem uma área total de 2,2 Km. Esta freguesia é uma zona dormitório, com uma população tradicionalmente caracterizada pela mobilidade própria de uma região suburbana. Na sua maioria são famílias jovens e existe um número crescente de crianças. As atividades económicas de que se ocupa a população local baseiam-se na indústria, no comércio e nos serviços.

Nos últimos anos, a freguesia tem sofrido uma alteração profunda na sua população com a chegada massiva de imigrantes provenientes, sobretudo, dos países africanos de língua oficial portuguesa. O deficiente domínio da língua portuguesa, as múltiplas sensibilidades e maneiras de estar, reflexo das diferentes culturas de origem e, em geral, um médio – baixo estatuto socioeconómico caracterizam os alunos e as famílias das várias etnias que se apresentam no estabelecimento escolar. Esta realidade repercute-se numa baixa motivação das crianças e numa autoestima reduzida, com prejuízos imediatos no sucesso das aprendizagens, nos comportamentos manifestados e na conduta cívica e social observável.

Esta realidade provocou alterações nas necessidades e urgências da escola referida. A escola surgiu na sequência do aparecimento do bairro e do consequente aumento populacional e funciona desde o ano letivo 2001/2002. É um edifício moderno e bem equipado. O estabelecimento é constituído por doze salas direccionadas para o 1.º ciclo e por três para o pré-escolar. No ano letivo 2011/2012, o corpo docente era composto por três educadoras, doze professores titulares de turma, uma professora do ensino especial, uma psicóloga e por três professores do apoio educativo que também lecionam noutros estabelecimentos de ensino, sendo que um deles acumula o horário com o de professor bibliotecário. A escola tem também cinco assistentes operacionais para o 1.º ciclo.

A turma onde se realizou a unidade ensino era constituída, inicialmente, por vinte e quatro alunos, sendo nove raparigas e quinze rapazes, com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos. Dos vinte e quatro alunos, vinte estão matriculados no 3.º ano e quatro estão matriculados no 2.º ano de escolaridade por motivos de retenção. No início do 2.º período, veio transferida do Brasil, mais uma aluna para o 3.º ano. Destes vinte e cinco alunos, dois têm necessidades educativas especiais e têm apoio personalizado, 90 minutos por semana, com uma professora do ensino especial e sete têm apoio educativo, por terem muitas dificuldades de aprendizagem.

Os alunos da turma revelam muitas dificuldades no domínio da língua portuguesa, que se evidenciam sobretudo na leitura e na interpretação de textos, o que tem sido um grande obstáculo no trabalho em sala de aula. Estas dificuldades refletem-se na falta de compreensão sobre o que lhes é pedido nas várias tarefas realizadas e na comunicação (principalmente na escrita) das suas ideias. Na Matemática, estes alunos também revelam falta de conhecimentos assumidos como prévios dificultando a correta realização das tarefas matemáticas propostas durante as aulas e que tive que ter em conta no planeamento da unidade de ensino.

No início do ano letivo, quando contactei pela primeira vez com a turma, cedo constatei que o aproveitamento, no geral, era pouco satisfatório. Esta minha opinião foi reforçada quando apliquei um teste diagnóstico para aferir os conhecimentos da turma e o seu resultado revelou que, muitos deles, não tinham consolidado as aprendizagens relativas ao ano anterior, para qualquer um dos tópicos matemáticos.



Para além dos resultados do teste diagnóstico, o desempenho dos alunos, na realização de tarefas durante as aulas de Matemática, foi importante para reforçar o meu conhecimento sobre o aproveitamento da turma. É de salientar que há um pequeno grupo que se destaca pela positiva, com bom aproveitamento, uma vez que não revelaram grandes dificuldades na realização das tarefas e a sua participação na sala de aula demonstra que desenvolveram as competências matemáticas esperadas.

Ao longo do 1.º período, os alunos foram evoluindo, ligeiramente, nas suas aprendizagens, mostrando-se mais participativos e resolvendo os exercícios propostos na sala de aula com menos dificuldade. Na tabela seguinte, podem ler-se os resultados das classificações dos alunos, a Matemática, no final do 1.º período, antes da unidade de ensino:

Tabela 8- Avaliação dos alunos, a matemática, no final do 1.º período

<b>Classificação</b>	<b>Número alunos</b>
Não satisfaz	6
Satisfaz	12
Bom	3
Muito Bom	3

Também no que respeita ao comportamento dos alunos, observou-se uma evolução. No início do ano, mostravam uma grande ausência de regras. Terminado o 1.º período, no geral, todos os alunos da turma demonstravam o devido respeito pelas regras pré-estabelecidas, dentro e fora da sala de aula.

### **3.2. Orientações Metodológicas**

O PMEB (ME, 2007) refere a importância de envolver os alunos em diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente, a resolução de problemas variados, a realização de tarefas de investigação e exploração e exercícios, de modo a proporcionar uma prática compreensiva dos procedimentos. Em relação aos problemas, diversos autores defendem que devem ser reais, envolvendo contextos que sejam do interesse dos alunos e com os quais estejam familiarizados, para que possam sugerir soluções e,

assim, sentirem utilidade no trabalho a desenvolver e motivação para o realizarem (Martins & Ponte, 2010; ME, 2007; NCTM, 2008). Além disso, os alunos devem ter oportunidade de participar em todas as fases do processo investigativo que tem o seu início na formulação do problema, que requer o planeamento e a recolha de dados e envolve a organização, representação e sistematização adequadas desses mesmos dados de modo a facilitar a sua interpretação e a obtenção de conclusões.

De acordo com estas ideias, na construção desta unidade de ensino, optei por uma abordagem exploratória, que envolvesse os alunos na realização de tarefas diversificadas, contextualizados no seu quotidiano ou nos seus interesses e que possibilitasse, simultaneamente, a aquisição de conhecimentos e procedimentos com significado e o desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemática. Para isso, foi essencial ter em conta os conhecimentos prévios dos alunos e a seleção adequada das tarefas a propor aos alunos. É de salientar, que as características da turma em questão (nível de conhecimentos matemáticos baixo e dificuldades de aprendizagem), foram fulcrais na escolha e adaptação do nível de exigência das tarefas a propor e na seleção de temas que fossem do conhecimento dos alunos e com os quais eles se identificassem.

A realização de cada tarefa na sala de aula contemplou três momentos principais (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003): (i) a apresentação da tarefa, aos alunos, através de um enunciado escrito; (ii) a exploração da tarefa, durante a qual os alunos trabalharam em pares ou pequenos grupos; e (iii) a apresentação oral e discussão das suas conclusões em grande grupo. Na realização de cada uma das fases das tarefas, dei indicações claras sobre o que pretendia dos alunos com a realização desse trabalho e fui apoiando-os durante a sua realização.

Esta abordagem exploratória ao ensino permite uma organização de trabalho em sala de aula variado, sucedendo-se as oportunidades para trabalho autónomo, interação no seio de pequenos grupos e discussões colectivas com a moderação do professor. (Ponte, 2005; ME, 2007). Aliás, estes autores argumentam que o modo como os alunos trabalham em Estatística, com os seus pares e com o professor, com as tarefas e instruções para a respetiva realização, influenciam largamente o que os alunos aprendem e como aprendem. Na realização desta unidade de ensino, optei por três modos distintos de organizar o trabalho em sala de aula: trabalho individual, trabalho de pares e trabalho de grupo. O trabalho individual é importante, tanto na sala de aula

como fora dela. O aluno deve procurar ler, interpretar e resolver, tarefas matemáticas, sozinho, bem como ler, interpretar e redigir textos matemáticos também sozinhos (Martins & Ponte, 2010; ME; 2007). Para reforçar o trabalho na sala de aula, os alunos realizaram diversas tarefas como trabalho de casa. Outro dos modos de organização do trabalho em sala de aula foi o trabalho a pares que, como refere o PMEB (2007, p. 10), “é um modo de organização particularmente adequado na resolução de pequenas tarefas, permitindo que os alunos troquem impressões entre si, esclareçam dúvidas e partilhem informações”. Este tipo de organização dos alunos foi o mais utilizado, ao longo da unidade ensino, porque desde que iniciei a minha prática letiva, tenho por hábito recorrer ao trabalho a pares por achar que é vantajoso para ambos os elementos promovendo a interajuda e o trabalho de equipa. Assim, é um tipo de organização que eu já utilizava com os alunos desta turma e sabia que funcionava bem. As parcerias foram sugeridas por mim e, são constituídas por alunos, com mais e com menos dificuldades de aprendizagem, para que o aluno com mais facilidade nesta área ajudasse o colega e, ao estar a ajudá-lo também está a desenvolver e a verbalizar o seu raciocínio matemático. Por outro lado, o aluno com mais dificuldades, ao colocar as suas dúvidas e ao questionar o colega, leva-o a pensar qual a melhor forma para explicar a resolução da tarefa. Para o aluno, com mais dificuldade, esta parceria também é vantajosa porque está sempre apoiado e pode ver esclarecidas as suas dúvidas mais rapidamente e tem um acompanhamento mais contínuo.

Por saber que os dois alunos com necessidades educativas especiais teriam dificuldade em trabalhar a par, optei por formar pequenos grupos de três elementos, para que os referidos alunos pudessem participar na realização das tarefas. A dinâmica destes grupos foi muito boa, uma vez que os alunos com necessidades educativas especiais sentiram que estavam a acompanhar a turma e revelaram evoluções nas suas aprendizagens, devido à ajuda prestada pelos outros dois elementos do grupo. Por outro lado, estes últimos sentiram-se responsáveis por contribuir, com as suas explicações, para que os seus colegas conseguissem responder a algumas das questões.

Também dividi a turma em grupos de cinco ou seis elementos, com vários níveis de aprendizagem, por ser “especialmente adequada no desenvolvimento de pequenos projetos que possibilitam uma divisão de tarefas pelos diversos alunos” PMEB (2007, p. 10). Este tipo de tarefas é feito em várias etapas havendo uma divisão das responsabilidades pelos alunos que fazem parte do grupo. O trabalho de grupo é muito

mais criativo, completo e estimulante do que o realizado individualmente, no entanto, para que este tipo de trabalho seja proveitoso é necessário a definição de objetivos claros, a estruturação e calendarização das ações a realizar e a verificação do seu cumprimento. Aqui, espera-se dos alunos a tomada de iniciativa e o assumir de responsabilidades. (Martins & Ponte, 2010).

Na realização das tarefas “são fundamentais os momentos de reflexão, discussão e análise crítica envolvendo os alunos, pois estes aprendem, não só a partir das atividades que realizam, mas sobretudo da reflexão que efetuam sobre essas atividades” PMEB (ME, 2007, p.11). A discussão em grande grupo, no final da realização de cada tarefa, foram momentos onde “os alunos clarificam o significado de expressões e o uso de termos menos precisos colocando questões do tipo *Podes explicar de uma outra maneira? Dás-me um exemplo para perceber o que significa? Porque dizes isso?*” (Martins & Ponte, 2010). Este momento de aprendizagem é muito importante, porque como refere Ponte (2005), os alunos apresentam o seu trabalho, relatam as suas conjecturas e conclusões, apresentam as suas justificações e questionam-se uns aos outros. Também é neste momento que o professor aproveita para clarificar os conceitos e procedimentos, avaliar o valor dos argumentos e estabelecer conexões dentro e fora da Matemática. Nestas discussões, tive um papel de mediadora, gerindo as perguntas e as respostas, indicando com que ordem é que estas são feitas e, esclarecendo dúvidas, à medida que estas foram surgindo, como sugerido por Ponte (2005).

### **3.3. Planificação da unidade de ensino**

A seleção das tarefas a propor aos alunos constitui um dos aspetos essenciais do trabalho do professor (Ponte & Serrazina 2009). Estes autores acrescentam que é importante que o professor considere todo um conjunto de tarefas relacionadas entre si, apresentadas em sequências coerentes de modo a promover as aprendizagens.

Como nos dão a conhecer Martins e Ponte (2010, p. 15), em relação à Organização e Tratamento de Dados, “uma das características principais das tarefas deste tema é o grande interesse que pode ter a utilização de dados reais, que muitas vezes proporcionam um envolvimento entusiástico dos alunos na aprendizagem”. O professor deve propor tarefas que, mais do que insistir na construção, deve procurar ir além da informação imediata resultante de uma simples leitura dos dados.

As tarefas propostas aos alunos nesta unidade de ensino foram, maioritariamente, selecionadas da brochura de Organização e Tratamento de Dados (Martins & Ponte, 2010) e da brochura de Análise de Dados: Texto de Apoio para os Professores do 1º ciclo (Martins, Loura & Mendes, 2007), e foram adaptadas tendo por base as orientações curriculares e metodológicas para o ensino da Estatística no 3.º ano de escolaridade. Assim, selecionei um conjunto de tarefas envolvendo a leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos estatísticos (pictogramas, gráfico de pontos, gráfico de barras e gráfico circular) que, na minha opinião, mais se identificavam com os alunos envolvidos no meu estudo e as que melhor se relacionavam com o seu dia-a-dia, tendo presente as suas vivências, interesses e gostos.

Procurei, igualmente, que as tarefas fossem diversificadas e de caráter exploratório, de forma a que, “no seu conjunto, proporcionem um percurso de aprendizagem coerente” (ME, 2007, p. 11).

Comecei por tarefas que permitiam aos alunos “a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos em causa, o domínio da linguagem matemática e das representações relevantes” (ME, 2007, p. 11).

Em particular, as questões destas tarefas foram pensadas de modo a trabalhar com os alunos a construção de diferentes representações gráficas para os dados e os diferentes níveis de leitura e compreensão de gráficos, segundo Curcio (1989): ler os dados, ler entre os dados e ler além dos dados. As primeiras tarefas envolviam mais questões de nível 1 e nível 2 (segundo Curcio), porque os alunos têm mais facilidade a respondê-las, procurando promover, deste modo, o gosto pela temática da Organização e Tratamento de Dados. Ao longo desta unidade de ensino foram surgindo tarefas com um grau de dificuldade crescente e com vários tipos de representações gráficas para que os alunos ficassem familiarizados com todas elas, procurando contribuir para o desenvolvimento da sua literacia estatística.

Contemplei também tarefas que implicavam a construção de representações gráficas de modo a que os alunos tivessem presentes os elementos constituintes de um gráfico e como construí-lo corretamente. Com as tarefas que envolviam a elaboração de tabelas procurei que os alunos aprendessem a recolher e a organizar os dados, recorrendo à sua utilização e mostrando-lhes as vantagens em recorrer à utilização de tabelas.

Algumas tarefas foram, ainda, construídas por mim. A tarefa do “comportamento” e do “trabalho”, foram realizadas com base no registo diário do comportamento e trabalho de cada aluno, usando um código de cores que semanalmente era da responsabilidade de um par de alunos, eleito pela turma como “chefes”. Esta tarefa tem uma natureza investigativa, na medida em que os alunos são solicitados a recolher os seus próprios dados (ao longo do ano), a organizá-los e a representá-los graficamente e a tirarem conclusões, orientados por um conjunto de questões. Também a tarefa “quantas algibeiras (1.ª parte)” exigiu a recolha de dados pelos próprios alunos.

A unidade de ensino foi realizada no 2.º período do ano letivo 2011/2012 e a calendarização e o número de tarefas propostas aos alunos tiveram em conta a articulação com os outros temas matemáticos do programa, a serem lecionados, neste ano de escolaridade. No quadro que se segue, é apresentada a planificação da unidade de ensino.

Tabela 9 - Planificação da unidade de ensino

Aula (Data)	Tópico a desenvolver	Tarefa	Metodologia de trabalho	Duração (minutos)
04-01-2012	Representação e interpretação de dados	Teste diagnóstico	- Realização individual do teste; - Correção do teste com discussão em grande grupo.	60+90
06-01-2012		Animais preferidos	- Leitura da tarefa, em voz alta; - Realização da tarefa em pares. - Discussão da tarefa em grande grupo.	60+90
17-01-2012		Pratos especiais		60+60
25-01-2012		A mesada da Sara		60+45
30-01-2012		Quantas algibeiras? (1.ª parte)		60+60
02-02-2012		Quantas algibeiras? (2.ª parte)		60+60
09-02-2012		Os iogurtes		60+60
15-2-2012		Comportamento e trabalho		120+60
23-02-2012		As cores preferidas da turma da Ana		60+45
02-03-2012		Teste final	- Realização individual do teste; - Correção do teste com discussão em grande grupo.	60+90+60

Tendo conhecimento, de que a turma, no ano anterior, já tinha trabalhado, a Organização e Tratamento de Dados, embora não o tenha aprofundado muito, comecei por aplicar um teste diagnóstico (anexo 2) Com este teste procurei diagnosticar os conhecimentos da turma, relativamente, a esta temática. A primeira questão do teste diagnóstico envolve a leitura e interpretação de um pictograma, com um símbolo pictórico não unitário, e a resposta a 5 itens, 2 de nível 1 (b, c), 2 itens de nível 2 (a, d) e 1 item de nível 3 (e). A segunda questão, em que todos os itens são de nível 1 (a,b,c), requer a leitura e interpretação de um diagrama de Carroll onde estão classificados um conjunto de números segundo dois critérios: ser ou não par e ser ou não múltiplo de 3. Esta questão envolve conexões com conceitos matemáticos do tópico dos números e operações. A terceira questão do teste, requer a leitura e interpretação de um gráfico circular e a resposta a dois itens de nível 1 (a e b) e a um item de nível 2 (c) onde é necessário fazer comparações. A questão quatro inclui dois itens, um envolvendo a leitura direta de uma tabela de nível 1 (a) e outro (b), em que os alunos, com base na tabela dada, têm de completar um gráfico com barras.

Para além deste teste diagnóstico, apliquei mais sete tarefas, para desta forma, poder analisar o modo como os alunos desenvolvem os seus conceitos de estatística e o papel destas tarefas no progresso dos conhecimentos matemáticos da turma.

A tarefa 1, “Animais preferidos”, tem como objetivo a leitura e interpretação de uma tabela e a construção de um pictograma é composta por quatro questões. Na primeira questão, pretende-se que os alunos completem uma tabela com as frequências absolutas correspondentes às contagens indicadas na primeira linha da tabela, na segunda questão (nível 2), solicita-se a observação da tabela, para identificar quais os animais que têm o mesmo número de votos, na terceira questão (nível 1), pede-se uma leitura literal da tabela para indicar o animal preferido e explicar o porquê da resposta e na quarta questão, solicita-se a construção de um pictograma, onde já estão representados o título e os eixos com a sua identificação a partir da informação dada pela tabela.

A tarefa 2, “Pratos especiais”, tem como objetivo a leitura e interpretação de uma tabela e de um gráfico de barras e é composta por quatro questões. A primeira questão requer que se complete um gráfico com base numa tabela dada e que se complete uma tabela com base no gráfico, na segunda questão é solicitado a atribuição de um título para o gráfico, na terceira questão, pede-se para identificar o prato mais



votado, é mais adequado escolher a tabela ou o gráfico e para justificar a resposta, na quarta questão (nível 2) pede-se para indicar o total do número de alunos que tinham respondido ao inquérito e na quinta questão (nível 3) é pedido para elaborar uma afirmação verdadeira e outra falsa, sobre o gráfico.

A tarefa 3, “A mesada da Sara”, tem como objetivo a leitura e interpretação de um diagrama circular e é constituída por seis questões. A primeira questão (nível 1) requer a observação direta do gráfico e é pedido para dizer onde é que a Sara gasta mais dinheiro, na segunda questão (nível 3), solicita-se a leitura do comentário da Sara que diz: “Gasto metade da minha mesada em almoços e lanches” e, posteriormente, responder, justificando se o comentário é verdadeiro, a terceira questão requer a identificação do tipo de gráfico apresentado na tarefa, na quarta questão (nível 3), é pedido para escrever uma afirmação verdadeira e outra falsa sobre o gráfico, na quinta questão pede-se para completar a tabela com base na informação retirada do gráfico e na sexta questão (nível 2), é solicitado para calcular o valor da mesada da Sara, com base nos dados da tabela e para explicar como foi calculado esse valor.

A tarefa 4, “Quantas algibeiras?”, está dividida em duas partes e tem como objetivo a recolha, organização e representação dos dados (1.<sup>a</sup> parte) e a leitura e interpretação de um gráfico de pontos (2.<sup>a</sup> parte). Na primeira parte, pede-se a construção de um gráfico à escolha a partir de um conjunto de dados recolhidos sobre número de algibeiras que tem a turma. A segunda parte, é constituída por quatro questões e apresenta um gráfico de pontos que representa o número de algibeiras da turma da Maria. Na primeira questão (nível 1), pede-se para indicar o número de alunos que tinham 3 e 6 algibeiras, na segunda questão (nível 1), pede-se para responder se há algum aluno com 8 algibeiras, na terceira questão (nível 2), é pedido para dizer quantos alunos não têm nenhuma algibeira, se a turma tiver 15 alunos e a quarta questão (nível 3), requer a elaboração de uma pergunta que possa ser respondida com a informação do gráfico.

A tarefa 5, “Os iogurtes”, tem como objetivo a leitura e interpretação de uma tabela que representa o número de iogurtes consumidos pelos alunos do refeitório de uma escola do 1.º ciclo e, com base nos dados da referida tabela, solicita-se a construção de um gráfico de barras e é constituída por quatro questões. Na primeira questão, é pedido para dentro das hipóteses dadas, indicar a escala que mais se adequa à construção do gráfico, na segunda questão é pedido para construir um gráfico com base

na tabela dada e é solicitada a atribuição de um título para o gráfico, na terceira questão (nível 3), pede-se para elaborar perguntas que se poderiam fazer sobre o gráfico e na quarta questão (nível 3), são solicitadas explicações viáveis para os motivos que poderiam explicar o facto de se terem consumido menos iogurtes na sexta-feira.

A tarefa 6, “O nosso comportamento e trabalho”, tem como objetivo a recolha e organização de dados e, com base neles, a construção de dois gráficos e é constituída por quatro questões. Na questão 1 e na questão 5, os alunos tinham de construir uma tabela para o comportamento e outra para o trabalho, com base nos dados recolhidos, na terceira questão (nível 1), que apenas envolve a observação direta do gráfico, pede-se para indicar a cor predominante no gráfico e na quarta questão (nível 3), é solicitada a elaboração de quatro perguntas sobre o gráfico.

A tarefa 7, “As cores preferidas da turma da Ana”, tem como objetivo a leitura e interpretação de uma tabela e a construção de um gráfico e é constituída por oito questões. A primeira questão envolve o preenchimento de uma tabela com a contagem de cada uma das cores preferidas, a segunda questão requer a explicação do significado dos números da contagem da tabela, a terceira questão (nível 2) requer o cálculo do número total de alunos da turma da Ana e a respectiva explicação, a quarta questão (nível 1) solicita a indicação da cor preferida dos alunos da turma da Ana e a apresentação da explicação, na quinta questão pede-se a construção de um gráfico à escolha partindo da tabela de frequências, na sexta questão pede-se para identificar o tipo de gráfico construído e para justificar a escolha, na sétima questão pede-se para atribuir um título ao gráfico e na oitava questão (nível 3), pede-se para responder se o resultado seria o mesmo, caso fosse outra turma questionada.

Para concluir a unidade, fiz um teste final, com o objetivo de avaliar as aprendizagens realizadas ao longo da unidade de ensino.

O teste final é constituído por três tarefas, cada uma com várias questões e, estas, por sua vez, com vários itens. A primeira questão da tarefa 1 do teste final envolve a construção de um gráfico à escolha com base na informação recolhida por um grupo de alunos sobre as famílias que tinham animais domésticos em casa, a segunda questão da mesma tarefa é constituída por três itens, um de nível 1 (a) e dois de nível 2 (b, c). No item a é pedido para indicar o animal doméstico menos frequente em casa, no item b é pedido para justificar se há mais pessoas a responderem se têm cão ou gato e no item c é

solicitada a indicação do número de pessoas inquiridas. A terceira questão da tarefa 1, requer a organização dos dados recolhidos numa tabela.

A tarefa 2 do teste final é constituída por cinco questões. A primeira questão (nível 1) requer a leitura direta de um gráfico circular onde é pedido para identificar as causas da maioria dos acidentes de viação, na segunda questão (nível 2) é pedido para indicar a causa de um quarto dos acidentes, na terceira questões (nível 3), é pedido para explicar de forma coerente porque são verdadeiras as afirmações: “ Mais de metade dos acidentes teve como causa o excesso de velocidade e as ultrapassagens perigosa” e “ O excesso de álcool e a obstrução ou mau estado das estradas causou mais de um quarto dos acidentes”, a quarta questão (nível 3) requer a elaboração de uma afirmação verdadeira e de uma afirmação falsa, com base na observação do gráfico e na quinta questão solicita-se a construção de uma tabela para representar a informação dada pelo gráfico.

A tarefa 3 do teste final é constituída por oito questões. Na primeira questão solicita-se a identificação do tipo de gráfico apresentado, a segunda questão (nível 1) requer a indicação do animal mais frequente no jardim, a terceira questão (nível 1) solicita a indicação de número de patos existentes no jardim, a quarta questão (nível 2), solicita a indicação do número de animais que vivem no jardim, a quinta questão (nível 2) pede para indicar se há animais que existam na mesma quantidade e, em caso afirmativo, para dizer quais, na sexta questão (nível 2) pede-se para indicar quantos peixes há a mais do que patos e explicar como se obteve a resposta, a sétima questão (nível 3), pede para indicar quantos patos ficariam no jardim se fossem oferecidos dois e a oitava questão requer a construção de um gráfico à escolha para representar a informação dada no pictograma.

Com esta unidade de ensino procurei que os alunos atingissem os seguintes objectivos gerais: explorar e interpretar dados organizados de diversas formas; realizar estudos que envolvam a recolha, organização e representação de dados e comunicar utilizando linguagem própria deste tema (ME, 2007).

Na tabela 10 resumo os objetivos específicos que procurei desenvolver em cada tarefa bem como as questões que as constituem, enquadradas nos níveis de leitura e compreensão de Curcio (1989):

Tabela 10 - Objetivos específicos, níveis de leitura e compreensão do gráfico segundo Curcio (1989)

Tarefas	Objetivos específicos	Níveis de leitura e de compreensão dos gráficos		
		1	2	3
Teste Diagnóstico	Diagnosticar o conhecimento dos alunos antes a unidades de ensino.	1.b 1.c 2.a 2.b 2.c 3.a 3.b 4.a	1.a 1.d 3.c	1.e
Tarefa 1- “Animais preferidos”	Ler, explorar, interpretar e completar tabelas; construir gráficos (pictograma); responder a questões relacionadas com a informação apresentada.	3	2	
Tarefa 2- “Pratos especiais”	Ler, explorar, interpretar e completar tabelas e gráficos(gráfico de barras); responder a questões relacionadas com a informação apresentada.		4	5
Tarefa 3-“A mesada da Sara”	Ler, explorar, interpretar gráficos(gráfico circular); responder a questões relacionadas com a informação apresentada.	1	6	4 2
Tarefa 4- “Quantas algibeiras?” (1.ª parte)	Recolher e organizar dados; construir gráficos para representar os dados recolhidos			
Tarefa 4- “Quantas algibeiras?” (2.ª parte)	Ler, explorar, interpretar gráficos(gráfico de pontos); responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada.	1 2	3	4
Tarefa 5-“Os iogurtes”	Ler, explorar, interpretar e descrever tabelas; construir um gráfico de barras com base na informação da tabela; responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada.			3 4
Tarefa 6-“O comportamento e trabalho”	Recolher e organizar dados para a construção de tabelas e gráficos; responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada.	3		4
Tarefa 7-“As cores preferidas da turma da Ana”	Ler, explorar, interpretar e descrever tabelas; organização dos dados numa tabela; responder a questões relacionadas com a informação apresentada.	4	3	8
Teste final	Analisar a evolução das aprendizagens dos alunos sobre observação e tratamento de dados.	Tarefa 1		
		2.a	2.b 2.c	
		Tarefa 2		
		1	2	3 4
		Tarefa 3		
		2 3	4 5 6	7

### 3.4. Avaliação das aprendizagens

No Programa de Matemática do Ensino Básico pode ler-se que “é através da avaliação que o professor recolhe a informação que lhe permite apreciar o progresso dos alunos na disciplina e, em particular, diagnosticar problemas e insuficiências na sua aprendizagem e no seu trabalho, verificando assim a necessidade (ou não) de alterar a sua planificação e ação didática” (ME, 2007, p.11). No mesmo sentido, o NCTM (2008, p. 23) refere que “a avaliação deve apoiar a aprendizagem de uma Matemática relevante e fornecer informações úteis quer para os professores quer para os alunos”. Nesta perspetiva, a avaliação deverá ser considerada um processo sistemático e contínuo cujo principal fim é ajudar a melhorar a formação dos alunos e, como tal,

“a avaliação deverá ser mais do que um teste no final do período de ensino, com o intuito de verificar o desempenho dos alunos perante determinadas condições; ela deverá constituir uma parte integrante do ensino, que informa e orienta os professores nas suas decisões.”(NCTM, 2008, p. 23).

Considerando o que foi anteriormente dito, na avaliação das aprendizagens dos alunos, esta unidade de ensino foi encontro dos objetivos definidos pelo PMEB (ME, 2007) e teve em conta todo o trabalho desenvolvido pelos alunos ao longo das suas aulas. Deste modo foi possível tornar a avaliação num processo contínuo e dinâmico, umas vezes formal e outras vezes informal, que motivou a utilização de instrumento de avaliação diversificados, como recomendado no mesmo documento e por diversos autores (por exemplo, Santos, 2005).

No início da unidade de ensino os alunos realizaram individualmente, um teste diagnóstico com o objetivo de diagnosticar os seus conhecimentos anteriores relativos à organização e tratamento de dados. Durante a realização das tarefas nas aulas pude verificar o envolvimento e empenho de cada um dos alunos, bem como apreciar os seus progressos na aprendizagem através da análise dos registos, permitindo-me identificar dificuldades e avaliar a necessidade de alterar a planificação e a ação didática (ME, 2007). Nas discussões em grande grupo tive oportunidade de avaliar a capacidade que cada aluno tem em se expressar oralmente, o seu poder de argumentação na explicação dos raciocínios e a diversidade das estratégias usadas. Outros parâmetros que considerei na avaliação dos alunos foram o seu comportamento (cumprimento de regras) e a realização de trabalhos de casa, indo ao encontro do que está definido pela escola.

No final da unidade de ensino, o último momento de avaliação consistiu na realização individual de um teste final que visava reunir a informação relativa à evolução das aprendizagens dos alunos e as dificuldades que ainda persistiam.

Ao longo da unidade de ensino procurei manter os alunos informados sobre os seus progressos, envolvendo-os no processo de avaliação (Martins & Ponte, 2010), dando-lhes *feedback* sobre o seu desempenho, alertando-os e esclarecendo-os sobre as dúvidas que fui detetando.

### **3. 5. Recolha de dados**

Antes de iniciar a unidade de ensino e o respetivo processo de recolha de dados, procedi às diligências necessárias para obter as autorizações necessárias à realização do estudo. Assim, solicitei à Diretora do Agrupamento de Escolas onde me encontrava a lecionar e onde o estudo decorre, a devida autorização escrita para realizar o estudo e proceder à recolha dos dados necessários à realização do estudo, explicando o que me propunha fazer (Anexo 1). Informei, igualmente, os alunos participantes no estudo e os seus encarregados de educação sobre o propósito do estudo e os procedimentos previstos, garantindo que o mesmo não traria qualquer prejuízo para as aprendizagens dos alunos e o carácter confidencial dos dados e o anonimato dos alunos e da escola (Anexo 1). Todos os alunos e encarregados de educação mostraram-se cooperantes autorizando a realização do estudo e a recolha de dados solicitada. No entanto, não obtive autorização da direção da escola para fazer gravações áudio ou vídeo das aulas, pelo que a recolha de dados neste estudo ficou limitada à observação das aulas (registada em notas de campo) e aos documentos produzidos pelos alunos.

De acordo com Estrela (1994), as respostas à questão “*observar, para quê?*” determinam os objetivos gerais e específicos da observação. A definição desses objetivos leva-nos à construção do projeto de observação, que implica: (i) a delimitação do campo de observação (situações e comportamentos, atividades e tarefas, tempos e espaços da ação, formas e conteúdos da comunicação, interações verbais e não-verbais, entre outros); (ii) a definição de unidades de observação (a turma, o aluno, o professor); e o estabelecimento de sequências comportamentais. Partindo do pressuposto que a observação é construída a partir do que o observador vê, a autora enumera alguns princípios básicos que este deve ter presente (p. 18):

- 1.º) Proceder a uma acumulação de dados;
- 2.º) Preocupar-se com a “precisão da situação”;
- 3.º) Juntar um grande número de unidades de comportamento;
- 4.º) Dar continuidade. É pelo registo e pela análise do *continuum* que se obtém a significação intrínseca dos comportamentos.

Bell (1993) reforça esta ideia quando afirma que o investigador tem que decidir o que quer observar para registar corretamente o que se passa durante a observação de uma aula.

Tendo presente o referido, tentei fazer uma observação ao longo das aulas de modo a reunir o maior de número de informações possível, relativas ao trabalho dos alunos nas várias fases das tarefas, à sua participação e interação com a professora e com os colegas. Procurei, tal como sugere Coutinho, (2011, p. 99) “observar um determinado comportamento, fenómeno ou documento e registar as ocorrências ou fazer uma lista das suas características”. No entanto, esta não foi uma tarefa fácil pelo facto de eu desempenhar o duplo papel de professora e investigadora. Assim, no final de cada aula e, sempre que possível no próprio dia, procedi a um registo escrito descritivo do seu desenvolvimento, em forma de notas de campo que permitiram fazer breves descrições sobre os acontecimentos da aula, como por exemplo, registar as observações dos alunos durante a realização das tarefas, tomar notas de questões pertinentes que foram surgindo e registar as dúvidas que os alunos iam colocando.

Estas notas ajudaram-me a refletir sobre o porquê de alguns erros dos alunos e compreender como é que alguns deles pensaram na realização da tarefa. Além disso, as notas de campo incluíram também um breve questionário informal, aos alunos, no sentido de esclarecer algumas dúvidas que me surgiram na análise das suas resoluções de algumas questões. Para tal, questionei alguns pares, no final das aulas, sobre a forma como tinham raciocinado. Estes esclarecimentos, prestados pelos alunos, foram muito importantes para a análise de resultados do estudo.

Dadas as dificuldades já referidas associadas à observação e à impossibilidade de utilizar outros instrumentos a recolha documental foi, neste estudo, o método principal para obter os dados.

Para Quivy e Campenhoudt (1993), o investigador recolhe documentos por duas razões diferentes: “ou tenciona estudá-los por si próprios (...) ou espera encontrar neles informações úteis para estudar outro objeto (...) (p. 201)”. De acordo com os mesmos

autores, as duas variantes mais frequentemente utilizadas em investigação social “são, por um lado, a recolha de dados estatísticos e, por outro lado, a recolha de documentos de forma textual provenientes de instituições (...)” (p. 202).

No meu estudo e, tendo em conta os seus objetivos, optei pela variante da recolha de documentos de forma textual. A recolha documental incidiu em dois tipos de documentos. Numa primeira fase, recolhi documentos oficiais da escola para proceder a uma caracterização geral da turma, apresentada anteriormente neste capítulo. Depois, procedi à recolha de todos os documentos produzidos pelos alunos, durante a realização da unidade de ensino, como sejam, as resoluções das tarefas propostas e os dois testes aplicados (diagnóstico e final). Esta recolha permitiu-me identificar as dificuldades evidenciadas pelos alunos na resolução das tarefas relativas à leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos estatísticos e avaliar a evolução das suas aprendizagens ao longo da unidade de ensino.

### **3.6 - As aulas lecionadas**

Uma vez que os alunos iriam contactar com uma metodologia de ensino-aprendizagem diferente da que estavam habituados, como participantes de um estudo, considerei importante explicar-lhes o que me propunha fazer, quais os objetivos e a metodologia de trabalho a utilizar em sala de aula, ao longo da unidade de ensino, enfatizando o facto de isso só ser possível com a sua colaboração. Tentei sensibilizar os alunos para a responsabilidade que têm neste processo, para as eventuais dificuldades que podem surgir e para os aspetos potencialmente positivos, nomeadamente, as capacidades a desenvolver. O meu conhecimento inicial dos alunos advém de algumas conversas informais com os professores do ano letivo anterior. No entanto, o ambiente que se viveu na aula, ao longo de todo o ano, foi bastante agradável pois os alunos procuraram corresponder ao que propunha e desenvolveram comigo uma boa relação que facilitou a implementação da unidade de ensino e, paralelamente, o estudo.

Depois de esclarecidas as poucas dúvidas manifestadas pelos alunos em relação ao exposto, dou por terminada esta parte da primeira aula da unidade de ensino à qual se seguiu a realização do teste diagnóstico. Antes da sua distribuição pelos alunos, expliquei-lhes o que pretendia com a sua realização e solicitei que o lessem com atenção e respondessem a todas as questões de forma detalhada. Acrescentei ainda, que o teste



seria realizado individualmente, durante sessenta minutos e que o resultado não teria influência na sua classificação final. Após a distribuição do enunciado do teste, fiz a sua leitura, em voz alta e respondi a algumas questões colocadas pelos alunos, nomeadamente o que era um pictograma. Expliquei-lhes quais os elementos principais deste tipo de gráfico e chamei-lhes a atenção para a legenda, alertando-os que um símbolo poderia valer mais que uma unidade. Durante a realização do teste os alunos colocaram questões relacionadas com o significado das palavras ‘múltiplos’ e ‘simultaneamente’, que também esclareci através de vários exemplos mas sem lhes fornecer as respostas às questões do teste.

Nas aulas que se seguiram, que relato, em seguida, de forma resumida, os alunos realizaram as outras tarefas que faziam parte da unidade de ensino.

A metodologia de trabalho a pares, já usada desde o início do ano letivo, foi a predominante. Nas tarefas 1 (animais preferidos), 2 (pratos especiais), 3 (a mesada da Sara), 5 (iogurtes) e 7 (cores preferidas da turma da Ana), antes dos alunos iniciarem a sua exploração, organizei-os em pares heterogéneos (constituídos por um aluno com bom desempenho a Matemática e por outro que revelava maiores dificuldades). Expliquei-lhes que tinham que resolver as questões, ajudando-se mutuamente e chamei-lhes a atenção para a importância de ambos os alunos se empenharem na realização da tarefa e de explicarem detalhadamente os seus raciocínios. A formação dos pares foi-se alterando ao longo do ano letivo devido à ausência de alguns alunos ou quando eu identificava pouca colaboração entre os seus elementos. A opção por esta metodologia de trabalho verificou-se adequada porque permitiu tirar partido das características individuais de cada aluno, desenvolvendo a entajuda e a sua capacidade argumentativa quando tinham que explicar ou convencer o(s) colega(s) das suas ideias. Os alunos com necessidades educativas especiais foram incluídos nalguns pares (que passaram a grupos de 3 elementos) para que também pudessem participar no trabalho realizado na sala de aula. Após a distribuição dos enunciados escritos destas tarefas, procedeu-se sempre à sua leitura, em voz alta. Nas duas primeiras tarefas a leitura foi feita por mim, uma vez que muitos dos alunos não dominavam a leitura, comprometendo a compreensão do que era pedido em cada tarefa. À medida que evoluíram na leitura e adquiriram maior autonomia e responsabilidade, a leitura passou a ser feita pelos alunos, de forma voluntária. Este momento inicial facilitou a apropriação das tarefas pelos alunos e a sua posterior exploração, pois serviu para esclarecer algumas questões que colocaram, como

por exemplo, “Para que servem os quadrados colocados à frente do nome dos grupos?” (NC) em relação ao enunciado da tarefa 5.

Durante a exploração destas tarefas, os alunos trabalharam de modo autónomo. Nas primeiras tarefas os alunos tiveram dificuldades em iniciar de forma imediata e produtiva o trabalho, dispersando-se muito em conversas paralelas à tarefa a realizar e tinham tendência para me chamar, com frequência, no sentido de lhes dar ou validar respostas. Tentei sempre devolver as questões aos alunos ou colocar novas questões que os fizesse pensar e encontrar a resposta. Algumas vezes procedo, a explicações e esclarecimentos para toda a turma, através de questões e do pedido de explicações, sobretudo quando deteto dificuldades generalizadas. Pontualmente, considero necessário fornecer sugestões mais diretas, para que o trabalho dos alunos possa avançar e não provocar desmotivação. Gradualmente, o comportamento dos alunos foi-se alterando e tornaram-se mais autónomos em relação à professora.

As tarefas 4 (quantas algibeiras) e 6 (comportamento e trabalho) tinham uma estrutura distinta das restantes e exigiram, por isso, um trabalho inicial de recolha de dados, antes da sua exploração, que foi realizado em grande grupo. Na primeira parte da tarefa 4, os alunos recolheram dados relativos ao número de algibeiras que cada aluno tinha na sua roupa. Para isso, cada aluno procedeu ao registo, no quadro, do seu nome e do correspondente número de algibeiras. A forma como esta recolha e registo dos dados foi feita e a falta de experiência dos alunos neste processo de recolha e organização de dados, limitou muito a exploração seguinte da tarefa. Com efeito, dado o número de alunos, o quadro foi dividido em 3 partes porque não foi possível escrever todos os registos do nome e do número de algibeiras de forma sequencial numa única coluna, situação que foi posteriormente interpretada pelos alunos como sendo 3 grupos de alunos distintos. Além disso, como nesta fase não houve discussão coletiva sobre a informação que estava registada no quadro, os alunos tiveram muitas dificuldades na identificação da variável e dos seus valores. Na tarefa 6, os dados referentes às classificações que os “chefes” da turma (eleitos semanalmente) atribuíram aos alunos, ao longo do 1.º e do 2.º períodos letivos, relativas ao seu comportamento e trabalho, foram recolhidos com base nos registos diários que estavam afixados na parede da sala de aula (bolinha vermelha - não satisfaz; bolinha amarela - satisfaz; bolinha verde - bom; bolinha azul - muito bom).

Nesta tarefa os alunos trabalharam em grupos heterogêneos de 4 ou 5 alunos, cada um sumariando/organizando um conjunto de registros. Não se verificaram dificuldades nesta fase de organização dos dados e construção da tabela, a única questão levantada foi: “Há alunos que têm bolinhas, metade de uma cor e metade de outra, como é que se faz?”. No entanto, um dos alunos explicou, prontamente, que cada metade era 0,5 e que juntando outro 0,5 da mesma cor, dava 1 bolinha. Após todos os grupos terem sumariado os seus dados, construiu-se no quadro da sala de aula, com a colaboração de elementos dos vários grupos, uma tabela com os dados de toda a turma que iria servir de base à exploração da tarefa, em particular à construção dos gráficos solicitados. As discussões entre os vários elementos dos grupos, durante o trabalho autónomo dos alunos, focaram-se, sobretudo, na escolha de uma escala adequada para os gráficos que iriam construir.

Como referi anteriormente, a estrutura das aulas da unidade de ensino contemplou uma discussão coletiva, no final da exploração de cada uma das tarefas, onde os alunos apresentaram oralmente (ou no quadro) as suas conclusões, explicitaram os seus raciocínios, confrontaram diferentes estratégias e refletiram sobre o trabalho realizado. Procurei que todos os grupos participassem, dando-lhes oportunidade de argumentar e explicar as suas estratégias e resoluções e permiti que os restantes alunos interpelassem os colegas, aproveitando os erros e as dificuldades evidenciados nas suas respostas. Por vezes, a minha intervenção foi no sentido de levantar questões importantes mas que não tinham sido apresentadas por nenhum grupo. No final das discussões ainda sistematizei as aprendizagens daí resultantes, permitindo que os alunos as registassem nos seus cadernos.

Assim, a discussão da tarefa 1 focou-se nos aspetos relacionados com a construção correta de um pictograma, onde foram identificadas as maiores dificuldades, uma vez que os alunos nunca o tinham feito e na formulação de questões que foram respondidas a partir da informação nele representada. Na tarefa 2 discutiu-se, essencialmente, a construção do gráfico de barras, a diferença entre o tipo de gráfico e o seu título e, em conjunto, encontramos um título para o gráfico que descrevesse de modo sucinto e claro o que nele estava representado. Analisaram-se, ainda, as vantagens de utilizar um gráfico ou uma tabela na representação de dados e determinou-se o valor lógico das afirmações formuladas pelos alunos, aspeto que se voltou a trabalhar na tarefa seguinte.

Para reforçar as suas aprendizagens realizadas na tarefa 3, os alunos levaram para trabalho de casa, outra tarefa envolvendo a leitura e interpretação de um diagrama circular.

Foram muitas as dificuldades observadas na tarefa 4 relativamente à organização dos dados. Por isso, a discussão foi um pouco mais orientada que o habitual, tendo eu começado por construir uma tabela, no quadro, com o número de algibeiras que tinha sido registado e solicitei ajuda aos alunos, para o seu preenchimento, aspeto que não levantou dúvidas. De seguida, desenhei dois eixos, um horizontal e um vertical, depois de todos os alunos terem concordado em representar a informação recolhida num gráfico de barras, por ser o mais fácil. A construção foi feita por mim mas foram os alunos que, com alguma confusão e ajuda, me indicaram quais deviam ser os rótulos e a escala. Depois a tarefa tornou-se mais fácil e vários alunos se voluntariaram para irem ao quadro desenharem as barras do gráfico. No final, reforcei os vários aspetos inerentes a este tipo de representação. A segunda parte desta tarefa foi corrigida oralmente, ajudando-os a compreender a informação que estava apresentada no gráfico de pontos.

Nas tarefas 5 e 6 discutimos, através da construção de vários gráficos, quais as vantagens e desvantagens do uso de diferentes escalas, aspeto que trouxe muitas dificuldades aos alunos aquando da sua exploração. Reforcei, igualmente, outros aspetos, discutidos anteriormente, relativos aos elementos do gráfico, incluindo a diferença entre o seu título e o tipo do gráfico. Dadas as dificuldades que ainda se verificaram na comunicação escrita dos alunos, solicitei a um elemento de cada par para escrever no quadro as perguntas que tinham formulado sobre o gráfico e, em conjunto, tentámos corrigi-las. As discussões da tarefa 7 e do teste final já foram realizadas com uma intervenção mínima da minha parte, focada essencialmente em questões de rigor, uma vez que os alunos se tornaram mais autónomos e já eram capazes de corrigir os erros dos colegas que, com o decorrer da unidade de ensino, também diminuíram.

O trabalho com toda a turma foi, assim, um complemento importante às explorações dos alunos levando-os a uma compreensão mais aprofundada dos conceitos e procedimentos envolvidos na construção, análise e interpretação de dados.

## Capítulo IV

### Análise de Dados

Neste capítulo procuro analisar o desempenho dos alunos na realização das tarefas propostas, ao longo das aulas em que decorre a lecionação da unidade de ensino. Esta análise está organizada por tarefas e, para cada uma delas (onde incluo também o teste diagnóstico e o teste final), começo por dar uma perspetiva geral e descrevo o trabalho realizado pelos alunos no que diz respeito à construção, leitura e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos, ilustrado com excertos das suas produções escritas. Procuro, ainda, identificar as principais dificuldades manifestadas pelos alunos na realização dessas tarefas. Termina com uma síntese dos principais resultados com o objetivo de evidenciar a evolução dos alunos e as aprendizagens desenvolvidas.

#### 4.1. Teste diagnóstico

##### Análise geral das respostas dos alunos

O teste diagnóstico foi realizado com o objetivo de identificar quais os conhecimentos e as dificuldades dos alunos da turma, antes da realização da unidade de ensino, no que diz respeito à construção, leitura e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos. O teste inclui quatro questões, subdivididas em itens (num total de treze), elaborados segundo os níveis de leitura e compreensão dos gráficos propostos por Curcio (1987,1989) indicados na tabela seguinte:

Tabela 11 – Média das respostas corretas no teste diagnóstico segundo os níveis de Curcio, 1989)

	Nível 1 Ler os dados	Nível 2 Ler entre os dados	Nível 3 Ler além dos dados
Itens	1.b; 1.c; 2.a; 2.b; 2.c; 3.a; 3.b; 4.a	1.a; 1.d; 3.c;	1.e
Média das respostas corretas	56%	41%	27%

A primeira questão do teste diagnóstico envolve a leitura e interpretação de um pictograma, com um símbolo pictórico não unitário. As respostas dos alunos a esta questão estão resumidas na tabela 12:

Tabela 12 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à questão 1 do teste diagnóstico (n = 22)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos				
	a)	b)	c)	d)	e)
Corretas	27	27	91	64	27
Incorretas	73	73	9	32	69
Não responde	0	0	0	4	4

Como se pode observar, os alunos revelaram muitas dificuldades nos itens a), b) e e) que se prendem, maioritariamente, com uma incorreta interpretação da legenda do gráfico, pois não compreenderam que cada bolacha representa dois alunos e que meia bolacha representa um aluno. As respostas aos itens a) e b) foram muito diversificadas e o facto de haver uma meia bolacha, constituiu uma dificuldade acrescida para os alunos, como mostram as respostas seguintes:

a) Quantos alunos responderam a este inquérito? 10/2

b) Quantos alunos disseram preferir o sabor a limão? 2 e meio

Na resposta ao item a), o aluno responde 10,5 considerando o símbolo da bolacha unitário mas mostra uma dificuldade acrescida na representação desse valor. No entanto, estas respostas indicam que estes alunos interpretaram corretamente a questão e que sabem como obter, a partir do gráfico, a informação necessária para lhe responder. A contagem dos símbolos (bolachas) que estavam representadas no gráfico foi a estratégia usada pelos alunos para encontrarem o total de inquiridos, como explica um dos alunos, durante a discussão: “Porque contei todas as bolinhas que estavam no gráfico, deixei a metade para o último”. É, ainda, de salientar que os alunos que deram esta resposta não atribuíram significado à solução obtida, uma vez que não existem meios alunos.

Os exemplos seguintes mostram outro tipo de erro, identificado nas respostas dos alunos, relacionado com a dificuldade em compreender as convenções dos gráficos, nomeadamente a legenda. No item a), 5 alunos consideraram que o número total de

alunos inquiridos é dado pelo valor indicado na legenda. Outra aluna incluiu na sua contagem o símbolo da legenda, como se pode ler nas suas resposta:

a) Quantos alunos responderam a este inquérito? Dois alunos

a) Quantos alunos responderam a este inquérito? 13 alunos responderam

Ainda em relação ao item a), 2 alunos parecem não ter compreendido a pergunta e deram as seguintes respostas:

a) Quantos alunos responderam a este inquérito? Morango

a) Quantos alunos responderam a este inquérito? limão

Como a resposta aos itens c) e d) não dependia da interpretação da legenda, os alunos revelaram facilidade em extrair informação do gráfico e em comparar os seus valores. Quase todos os alunos identificaram corretamente o sabor preferido. Apenas dois alunos responderam com base nas suas preferências pessoais, respondendo “morango” e “baunilha” porque é o sabor de gelado preferido por cada um deles, como explicaram na discussão. No item d), as dificuldades apresentadas pelos alunos prendem-se com a interpretação da questão, uma vez que uma das respostas apresenta o total de alunos que preferem o sabor a limão ou a morango e seis respostas indicam um valor lógico (nem sempre correto) para a frase que constitui a questão, como mostram os exemplos seguintes:

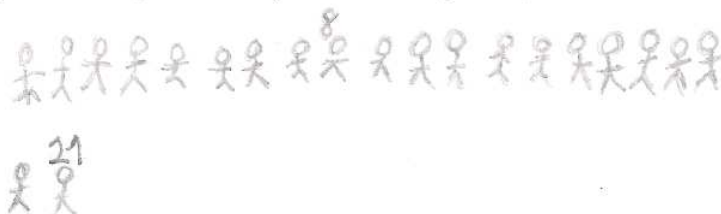
d) Há mais alunos a responderem que preferem o sabor a morango ou que preferem o sabor a limão? Sim

d) Há mais alunos a responderem que preferem o sabor a morango ou que preferem o sabor a limão? Não

No item e) só dois alunos, dos seis que responderam corretamente, explicaram o seu raciocínio. Um aluno recorreu a uma representação pictórica e o outro usou a linguagem natural, como se pode observar nos exemplos seguintes:

e) O Raul fez o seguinte comentário: “Metade dos alunos preferem o sabor a Caramelo”. Será que o Raul tem razão? Não, ele não tem razão.

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, desenhos ou contas



- e) O Raul fez o seguinte comentário: “Metade dos alunos preferem o sabor a Caramelo”.  
Será que o Raul tem razão? Não não é metade dos alunos

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, desenhos ou contas

*Eu cheguei à minha resposta porque o caramelo,  
que escolheram os alunos, dá 8 alunos e o resto tem 13  
e se juntamos o Morango e a baunilha já é mais do que  
o caramelo.*

Em qualquer destes casos, os alunos foram capazes de obter a informação a partir do gráfico e compararam o número de alunos que preferia o caramelo com o número de alunos que preferia os restantes sabores e verificaram que não são iguais, não recorrendo ao total da amostra que já tinha sido calculado no primeiro item da questão. É ainda de salientar que estes alunos interpretaram corretamente a legenda, considerando que cada bolacha representava dois alunos, embora no primeiro exemplo o aluno se tenha enganado a contar.

Os alunos que responderam de forma incorreta também revelaram muitas dificuldades em comunicar os seus raciocínios, dadas as suas limitadas capacidades de escrita, pelo que nas poucas respostas em que apresentaram uma explicação, é difícil identificar as suas estratégias de resolução e as suas dificuldades.

Na segunda questão do teste, os alunos tiveram que ler e interpretar um diagrama de Carroll onde estavam classificados um conjunto de números segundo dois critérios: ser número par e ser múltiplo de 3. Na tabela 13 estão resumidas as respostas dos alunos a esta questão, onde se observa que em dois dos itens (b e c), mais de metade dos alunos não respondeu ou respondeu incorretamente.

Tabela 13 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à questão 2 do teste diagnóstico (n = 22)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos		
	a)	b)	c)
Corretas	46	14	23
Parcialmente corretas	18	18	27
Incorretas	36	54	18
Não responde	0	14	32

Alguns alunos responderam corretamente ‘quais os números’ em vez de ‘quantos números’ e vice-versa, como no exemplo seguinte:



a) Quantos múltiplos de 3 são números pares?

8. 6, 12, 18, 24, 30.

Nestes casos, as suas respostas foram consideradas parcialmente corretas, uma vez que mostram uma correta leitura e interpretação do diagrama e conhecimentos sobre o que são ou não múltiplos de 3 e números pares, revelando dificuldade ao nível da interpretação da questão. A generalidade dos alunos revelou dificuldade em encontrar na tabela a interceção entre os dois critérios, como se pode constatar no exemplo seguinte:

b) Quais os números que não são pares nem múltiplos de 3?

Respostas erradas: 3, 9, 15, 18, 21, 24, 27, 30.

A tabela 14 mostra um resumo das respostas dos alunos à questão 3 do teste, onde se pedia a leitura e interpretação de dados representados num gráfico circular:

Tabela 14 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à questão 3 do teste diagnóstico (n = 22)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos		
	a)	b)	c)
Corretas	77	91	32
Incorretas	23	9	32
Não responde	0	0	36

Nas questões de nível 1 (3a e 3b), de leitura direta do gráfico circular, os alunos revelaram um bom desempenho, uma vez que grande parte dos alunos respondeu de forma correta. Os alunos que responderam incorretamente ao item a) não basearam as suas respostas na informação do gráfico mas nas suas experiências pessoais, isto é, pensaram nos animais que elas tinham, como explicaram durante a discussão e responderam “gato” e “tartaruga” porque são os seus animais de estimação.

No item b), apenas dois alunos deram respostas erradas responderam “tartaruga” porque, como explicaram, não conseguiram identificar, através de observação, qual dos setores do gráfico era o mais pequeno. Assim, os alunos parecem não ter dificuldades associadas à leitura do gráfico circular.

No item c), 7 alunos responderam incorretamente porque tiveram dificuldades na interpretação da questão, assumindo que se tratava de um pedido de atribuição de valor lógico à frase, como se pode verificar no exemplo seguinte:

c) Há mais pessoas a responderem que têm cão ou gato? Não

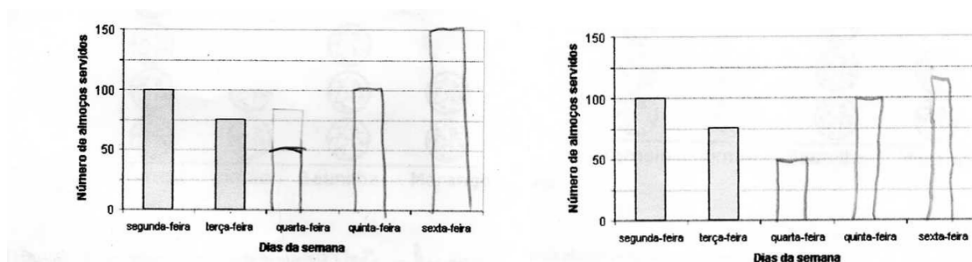
Deste modo, os alunos revelaram serem capazes de extrair do gráfico a informação necessária, pelo que as dificuldades parecem estar mais relacionadas com a capacidade dos alunos interpretarem as questões do que com a sua capacidade de leitura e interpretação do gráfico circular.

Como se pode observar na tabela 15, que apresenta um resumo das respostas à questão 4, onde era pedido, com base numa tabela que indicava o número de almoços servidos, numa escola, durante uma semana, para indicar o dia da semana em que foram servidos mais almoços e onde era solicitado para completar um gráfico de barras com base na tabela dada, a generalidade dos alunos não revelou dificuldades na leitura da tabela (item a), tendo em conta a elevada percentagem de respostas corretas.

Tabela 15 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à questão 4 do teste diagnóstico (n = 22)

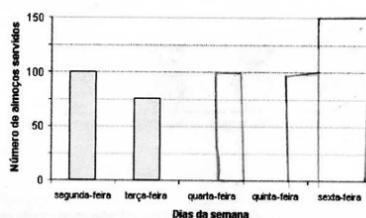
Tipo de Resposta	Percentagem de alunos	
	a)	b)
Corretas	82	45
Incorretas	4	45
Não responde	14	10

Nesta questão, só um aluno respondeu incorretamente ao item a), afirmando “Na segunda sexta” e três dos alunos não responderam porque, conforme explicaram na discussão, não sabiam onde iam procurar a informação sobre o dia da semana em que tinham sido servidos mais almoços, evidenciando dificuldades na leitura e interpretação da tabela. No item b), pedia-se a construção de um gráfico com barras, bastante simplificada pelo facto de já estarem representados os eixos e respetivos rótulos e legendas, a escala e as linhas auxiliares. Apesar disso, menos de metade dos alunos (45%) completou o gráfico corretamente. Os erros identificados nas respostas dos alunos estão relacionados com a construção do gráfico e não com a obtenção dos dados a partir da tabela. Em seis das respostas incorretas, os alunos desenharam barras cuja altura não é proporcional ao número de almoços servidos em cada dia da semana, como se pode observar nos exemplos seguintes. Esta dificuldade parece estar relacionada com a leitura da escala, pois os alunos desenharam corretamente as barras com frequência 50 e 100, que são valores explícitos na escala, mas não identificam que as linhas auxiliares correspondem a divisões de 25 e, por isso, desenharam incorretamente a barra correspondente a 125 almoços.



Outros erros identificados nas suas respostas prendem-se com a construção de barras com larguras diferentes (6 alunos) ou com espaçamento não uniforme entre elas (3 alunos) sendo que, num dos casos, como ilustrado no gráfico seguinte, são mesmo desenhadas juntas. Verificou-se, ainda, em 8 respostas, falta de centralidade das barras em relação aos rótulos do eixo horizontal.

b) Utiliza a informação da tabela para completares o gráfico seguinte.



## Balanço final

Globalmente, os alunos apresentaram um fraco desempenho no teste diagnóstico. Nas questões de nível 1, que requerem apenas a leitura dos dados, a média de respostas corretas foi de 56%, valor que diminui para 41% e 27%, respetivamente, nas questões de nível 2, que já requerem a leitura entre os dados (isto é, a sua interpretação) e nas questões de nível 3 que requerem uma leitura para além dos dados.

Apesar dos alunos revelarem que são capazes de extrair e manipular dados representados em tabelas e gráficos estatísticos, responderam de forma incorreta a questões simples que envolviam apenas a leitura direta de gráficos, devido a vários fatores que determinaram, de forma crítica, o seu desempenho. Na questão que envolvia um pictograma, as respostas dos alunos evidenciaram que as suas dificuldades na interpretação da legenda limitaram as respostas. O diagrama de Carroll mostrou ser a representação mais difícil, uma vez que, para além da dificuldade inerente a este tipo de gráfico, que é a identificação e interpretação da interceção de duas propriedades, as respostas requeriam a compreensão de conceitos e propriedades matemáticas dos números que os alunos evidenciaram não possuir. Pelo contrário, revelaram facilidade

na leitura do gráfico circular, possivelmente porque a informação necessária podia ser obtida de forma visual, sem recurso a conhecimentos matemáticos. Um resultado a salientar é que, nalgumas questões (por exemplo, 1b ou 3b), os alunos responderam com base nas suas preferências ou na sua experiência do dia-a-dia, ignorando a informação que estava apresentada no gráfico. Também estão bem patentes, nas suas respostas às várias questões envolvendo diferentes gráficos, as dificuldades relacionadas com a interpretação do que lhes estava a ser pedido e com a explicitação e justificação dos seus raciocínios. A generalidade dos alunos apresentou, assim, grandes dificuldades na comunicação escrita.

Na única questão do teste em que foi pedida a construção de um gráfico, mais de metade dos alunos cometeu erros. Neste caso estava explícito qual o tipo de gráfico a construir (com barras) e a sua construção estava bastante simplificada pelo facto de já estarem representados os eixos e respetivos rótulos e legendas, a escala e as linhas auxiliares. No entanto, os alunos mostraram ter dificuldades relacionadas com a leitura da escala, desenhando barras com alturas não proporcionais à quantidade que representavam e com a falta de rigor na construção do gráfico, construindo barras com larguras diferentes ou com espaçamento não uniforme entre elas e descentralizadas em relação aos rótulos do eixo horizontal.

#### **4.2. Tarefa 1 - “Animais preferidos”**

##### **Análise geral das respostas dos alunos**

Nesta tarefa os alunos têm que completar uma tabela de frequências (questão 1) onde já está disponibilizada a informação em forma de contagens e, a partir dela, construir um pictograma (questão 4). A tarefa inclui, ainda, três questões que requerem a leitura e interpretação da tabela e que foram classificadas, de acordo com Curcio (1987,1989) indicadas na tabela seguinte:

Tabela 16 – Média das respostas corretas na tarefa 1 “ Animais preferidos” segundo os níveis de Cúrcio, 1989)

	Nível 1 Ler os dados	Nível 2 Ler entre os dados
Itens	3	2
Média das respostas corretas	50%	90%

As respostas dos alunos a esta tarefa em que trabalhavam a pares, estão resumidas na tabela 17. Foram consideradas respostas parcialmente corretas, aquelas em que os alunos, apesar de responderem corretamente, não explicaram como pensaram.

Tabela 17 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 1 “Animais preferidos” (n = 10)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos		
	1)	2)	3)
Corretas	90	70	70
Parcialmente corretas	0	20	30
Incorretas	10	10	0
Não responde	0	0	0

Na primeira questão, os alunos mostraram facilidade em completar a tabela, apenas um par o fez de forma errada, por falta de concentração.

Na segunda questão, os pares tinham de procurar na tabela, quais os animais que tinham o mesmo número de votos. A esta questão, sete pares responderam corretamente, como ilustrado no excerto seguinte, onde se observa que o par conseguiu ler a tabela, comparar quantidades e justificar, corretamente, como tinha pensado.

2-Quais foram os animais que tiveram o mesmo número de votos? (Explica como pensaste)

*O paragaio e o gato, eles tinham na tabela que o gato e o paragaio tinham o mesmo número de votos.*

Apesar de mais 2 pares terem respondido corretamente, não explicaram o que pensaram, como solicitado. A única resposta errada corresponde ao par que errou a construção da tabela na questão anterior. Como evidenciado na sua resposta, os alunos fazem uma leitura e interpretação correta da tabela e justificam corretamente a sua resposta

Leão	Pato	Cavalo	Rã	Papagaio
7	3	4	2	4

2-Quais foram os animais que tiveram o mesmo número de votos? (Explica como pensaste)

*Os animais que tiveram o mesmo número de votos foi o cavalo e o papagaio.*

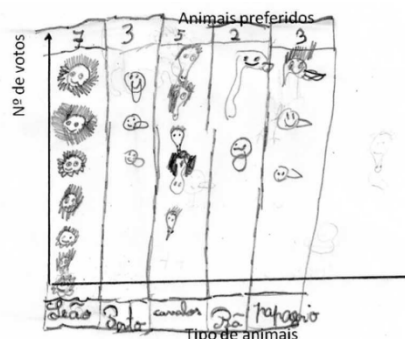
Na questão 3, onde se pede aos alunos para fazerem uma leitura literal da tabela, os 10 pares responderam corretamente, como a resposta abaixo apresentada mas 3 não explicaram como tinham pensado.

3-Qual foi o animal preferido? (Explica como pensaste)

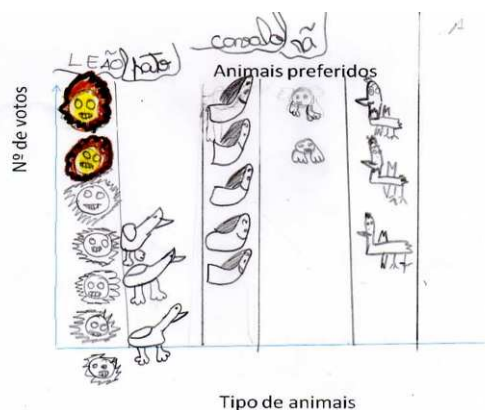
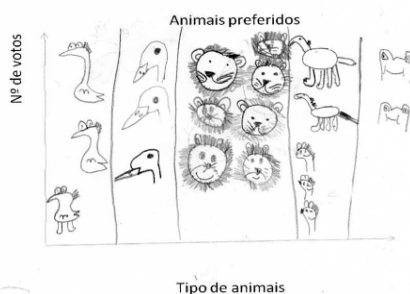
*O animal preferido foi o leão, porque o leão tem mais votos.*

A questão 4, em que os alunos tinham de construir um pictograma com base na tabela dada, mostrou-se muito difícil, pois nenhum dos pares conseguiu fazê-lo corretamente. Nesta questão os erros e as dificuldades foram muitos e variados, evidenciados nos exemplos seguintes:

4-Constrói um pictograma, com base nas respostas dadas pela turma do 1º ciclo.

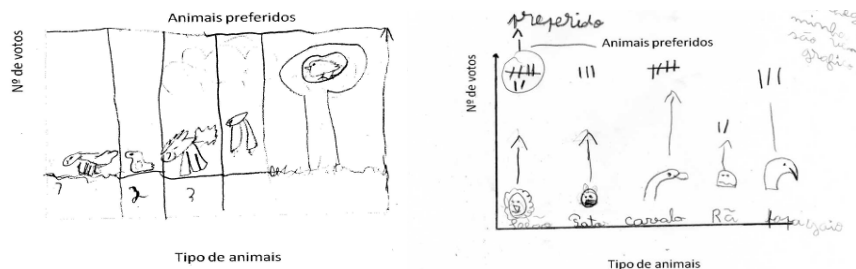


4-Constrói um pitograma, com base nas respostas dadas pela turma do 1º ciclo.

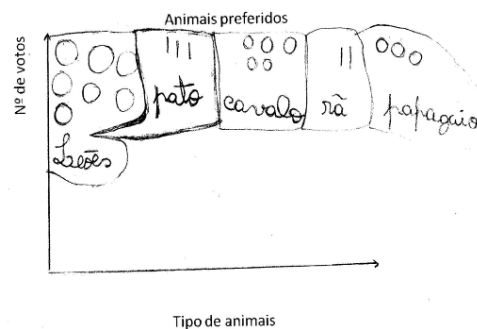
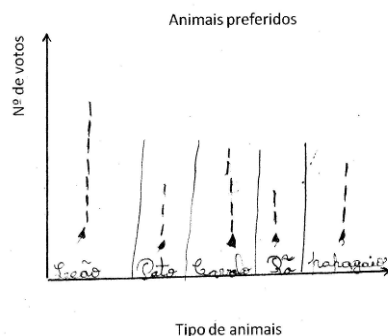


Todos os alunos que responderam à questão (80%) construíram pictogramas constituídos por símbolos pictóricos unitários e, assim, o gráfico continha um número de imagens proporcional à frequência que representavam. Além disso, cada símbolo utilizado correspondia a um tipo de animal. Estas opções dos alunos trouxeram dificuldades acrescidas à construção do pictograma. Como os alunos desenharam os vários símbolos com dimensões diferentes, a área do desenho dos gráficos apresentava um grande desequilíbrio visual, com as imagens de alguns animais a saírem fora desta área ou a ocuparem mais do que uma coluna. A legenda e os rótulos das categorias do eixo horizontal também estavam frequentemente omissos nos gráficos construídos, possivelmente porque os alunos consideraram que a imagem selecionada para representar o animal era autoexplicativa. Um outro erro frequente foi o de iniciarem a construção do gráfico desenhando os símbolos de cima para baixo. Nalguns destes casos, os rótulos foram escritos na parte superior do gráfico e não no eixo horizontal.

Outros alunos também desenharam um símbolo pictórico único (embora diferente) correspondente a cada tipo de animal e complementaram o gráfico com as respetivas frequências absolutas, representadas por números ou traços, tal como aparecia na tabela fornecida no enunciado:



Os exemplos seguintes mostram respostas de alunos onde a construção de pictogramas foi feita utilizando símbolos não alegóricos unitários, como traços ou bolas, para representar a variável. É de salientar que nestes casos, como o símbolo não explicitava o tipo de animal, os alunos sentiram a necessidade de identificar as várias categorias da variável representada. No entanto, é evidente a já referida dificuldade na colocação adequada dos rótulos no eixo horizontal (imediatamente abaixo dele).



## Balanço final

Nesta tarefa, os alunos revelaram facilidade na leitura e interpretação dos dados da tabela apresentada na tarefa. A única situação a referir, prende-se com a dificuldade que alguns alunos ainda têm em explicarem como pensam. Já no que diz respeito à construção do pictograma, toda a turma apresentou dificuldades acentuadas, como se pode verificar, nos gráficos, construídos pelos alunos e apresentados anteriormente. Este facto não é de estranhar se considerarmos que estes alunos nunca tinham construído um pictograma, conforme afirmaram. Os erros mais frequentes na construção deste tipo de gráfico foram: utilização de símbolos diferentes para cada categoria de animal, grande desequilíbrio visual na área do desenho dos gráficos, legendas e rótulos omissos, construção do ou únicos com inclusão de frequências numa lógica de tabela.

### 4.3. Tarefa 2 - “Pratos especiais”

#### Análise geral das respostas dos alunos

Esta tarefa é constituída por cinco questões relacionadas com a leitura e interpretação de tabelas e gráficos de barras e foi realizada com o objetivo de levar os alunos a compreender as vantagens e desvantagens do uso destas representações e a forma como se articulam.

Esta tarefa tem duas questões (4 e 5) elaboradas segundo os níveis de leitura e compreensão dos gráficos propostos por Curcio (1987, 1989) indicados na tabela seguinte:



Tabela 18 – Média de respostas corretas na tarefa 2 “Pratos especiais”, segundo os níveis de Cúrcio (1989)

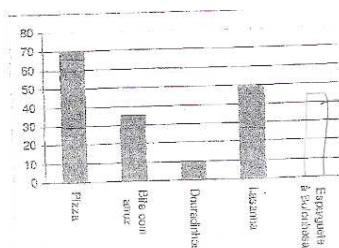
	Nível 2 Ler entre os dados	Nível 3 Ler além dos dados
Ítems	4	5
Média das respostas corretas	50%	70%

Na tabela 19 estão resumidas as respostas dos alunos a esta tarefa e que são reveladoras das grandes dificuldades com que se depararam.

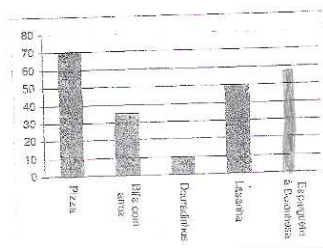
Tabela 19 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 2 “Pratos especiais” (n = 10)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos					
	1a	1b	2	3	4	5
Corretas	70	80	0	30	20	20
Parcialmente corretas	0	20	0	0	30	50
Incorretas	10	0	80	50	50	30
Não responde	20	0	20	20	0	0

Na primeira questão, os alunos tinham que utilizar a informação disponibilizada num gráfico e numa tabela, de forma articulada, para os completar. A construção do gráfico de barras (1a) estava bastante simplificada, uma vez que já estavam representados os eixos, as escalas, as categorias da variável e as linhas auxiliares. Deste modo, os alunos não revelaram grandes dificuldades, uma vez que 70% dos alunos responderam corretamente. O único par que respondeu incorretamente desenhou uma barra com a altura de 45 em vez de 55, provavelmente devido a uma leitura incorreta das linhas auxiliares, como se pode verificar no gráfico seguinte.



Verificaram-se, igualmente, dificuldades no desenho da barra que faltava, relativamente à sua largura, muito mais estreita que as restantes barras do gráfico, como se pode ver no exemplo seguinte:



Ainda na mesma questão e, com base na leitura do gráfico, os pares tinham de completar a tabela (1b). Os alunos não revelaram grandes dificuldades, pois 80% deles responderam corretamente e 20% deram respostas que foram consideradas parcialmente corretas, na medida em que apenas uma célula da tabela não foi preenchida corretamente. Estes dois pares de alunos evidenciaram dificuldades na leitura do gráfico e na identificação do número de votos no ‘Bife com arroz’, uma vez que a altura da barra não coincidia com nenhuma linha auxiliar com valor explícito na escala do gráfico.

Na questão 2, os alunos foram solicitados a escolher um título para o gráfico. Houve dois pares que não responderam afirmando não perceber o que era para fazer e todos os outros deram títulos alusivos ao assunto tratado na tarefa mas sem fazerem a referência adequada à variável representada no gráfico, como se pode ler nas suas respostas os títulos dados foram: dois pares responderam “Os pratos” ; dois pares responderam “Almoço”; um par respondeu “A comida”; um par respondeu “As refeições” e dois pares responderam “A pizza do gráfico” ou “Pizza”. Estes resultados mostram que os alunos não compreendem, ainda, que o título de um gráfico deve conter toda a informação necessária para a sua correta interpretação.

Na questão 3, os alunos foram solicitados a argumentar sobre as vantagens da tabela ou do gráfico na leitura da informação apresentada. Os três pares que responderam corretamente e escolheram o gráfico, fundamentaram as suas respostas baseando-se que a informação apresentada em gráficos é mais fácil de ler, como mostra o exemplo seguinte:

2-Se quisesse saber qual o prato mais votado escolherias a tabela ou o gráfico?(Explica como pensaste.)

*Eu escolhia a tabela porque a tabela é melhor.*

No entanto, dos restantes pares, dois não responderam porque, como afirmaram depois, não compreenderam a pergunta e cinco responderam que preferiam a tabela, embora sem justificação adequada porque a tabela está incompleta, por essa razão foi considerada incorreta. A resposta abaixo ilustra o referido anteriormente.

2-Se quisesse saber qual o prato mais votado escolherias a tabela ou o gráfico?(Explica como pensaste.)

*Eu escolhi a tabela porque a tabela já está feita e o gráfico não.*

A opção dos alunos por uma representação não é fundamentada nas suas características específicas que podem facilitar ou dificultar a leitura e interpretação dos dados representados, evidenciando falta de compreensão das mesmas. Além disso, os alunos revelam muitas dificuldades na interpretação das questões e na explicitação dos seus raciocínios.

Na questão 4, de nível 2, os alunos foram solicitados a determinar o número total de respondentes ao inquérito, a partir dos dados apresentados no gráfico ou na tabela, depois de preenchida. Todos os pares responderam a esta questão, embora em 50% dos casos o tenham feito de forma incorreta. Por exemplo, um dos pares respondeu 5 e outro respondeu 3 porque contaram o número de barras do gráfico, respetivamente, depois e antes de estar completo.

3-Quantos alunos responderam ao inquérito? (Explica como pensaste)

*Responderam 20 alunos ao inquérito, porque eu contei no gráfico e descobri que eram 5.*

3-Quantos alunos responderam ao inquérito? (Explica como pensaste)

*Foram três alunos que responderam ao inquérito. Porque na tabela só responderam 3 alunos.*

Nas restantes respostas incorretas, os alunos revelaram compreender como se determina o número total de respondentes somando todas as frequências ( $70 + 10 + 55 = 135$ ), mas fizeram-no a partir da tabela não preenchida. Dos 50% dos pares que determinaram corretamente o que lhes foi pedido, 30% enganaram-se na soma das frequências, pelo que foram consideradas respostas parcialmente corretas. Apesar de mostrarem muitas dificuldades na sua expressão escrita, dois pares de alunos fizeram afirmações corretas sobre os dados, identificando-as de acordo com o seu valor lógico, como se pode ver nos seguintes exemplos:

4-Faz duas afirmações, uma verdadeira e outra falsa, sobre o gráfico.

O que tem mais dolos todos é a lasa  
nha. A verdade é a da pizza de 1130.

4-Faz duas afirmações, uma verdadeira e outra falsa, sobre o gráfico.

A afirmação verdadeira é a pizza foi  
vendida por 70 alunos e a lisa com arroz 35 e os douradinhos  
10, a lisa 50 e a esparqueto à bolonhesa 55.  
A afirmação falsa é a pizza 55, a lisa com  
arroz 0, os douradinhos 30, a lisa 70 e a  
esparqueto à bolonhesa 35.

Foram ainda consideradas parcialmente corretas três respostas com afirmações que se referem a aspetos do gráfico, mas em que os alunos não atribuíram valor lógico, como a seguinte:

4-faz duas afirmações, uma verdadeira e outra falsa, sobre o gráfico.

Os pontos especiais são frango assado, feijo e  
batata assada. Os números são 50, 20, 10 e 35.  
Vê-se na tabela e escolhemos alguns  
números e pontos à nossa medida.

Como se pode observar, nas respostas consideradas corretas ou parcialmente corretas, os alunos optaram sempre por fazer afirmações com base na leitura direta do gráfico. Além disso, as dificuldades de comunicação e de interpretação do que lhes é pedido também estão patentes nas suas respostas, levando 50% dos alunos a darem respostas erradas ou sem sentido.

## Balanço final

Os resultados apresentados mostram que os alunos tiveram facilidade em extrair da tabela e do gráfico de barras, a informação que precisavam e foram capazes de articulá-la para completarem estas duas representações. Contudo, evidenciam dificuldades na leitura da escala do gráfico quando os valores não estão explícitos, uma vez que não são capazes de determinar a frequência associada a uma barra ou desenhá-la no gráfico quando esta não coincide com uma linha auxiliar. Além disso, ainda não dão atenção ao equilíbrio visual do gráfico, desenhando barras com larguras diferentes e não reconhecem a importância do título de um gráfico para descrever a informação que

ele exibe e facilitar a sua interpretação. Também não têm em conta as características de cada uma das representações para facilitar a comunicação de ideias.

Metade dos alunos também revelou dificuldades em responder à questão, de nível 2, relativa ao total de inquiridos representados, que requeria mais que uma simples leitura do gráfico de barras ou da tabela. Estas dificuldades, aliadas a uma capacidade de comunicação e interpretação do que lhes é pedido ainda deficiente, levaram os alunos a fazerem afirmações muito simples sobre o gráfico, maioritariamente resultantes de uma leitura direta do gráfico (correspondentes, portanto, a questões de nível 1).

#### **4.4. Tarefa 3 - “A mesada da Sara”**

##### **Análise geral das respostas dos alunos**

A tarefa era constituída por seis questões que requeriam a leitura e interpretação de um diagrama circular e que foram classificadas segundo os níveis de leitura e compreensão dos gráficos propostos por Curcio (1987,1989) conforme indicado na tabela:

Tabela 20 – Média de respostas corretas nas questões da tarefa 3 “A mesada da Sara”  
segundo os níveis de Cúrcio (1989)

	Nível 1 Ler os dados	Nível 2 Ler entre os dados	Nível 3 Ler além dos dados
Questões	1	6	2, 4
Média de respostas corretas	100%	55%	63%

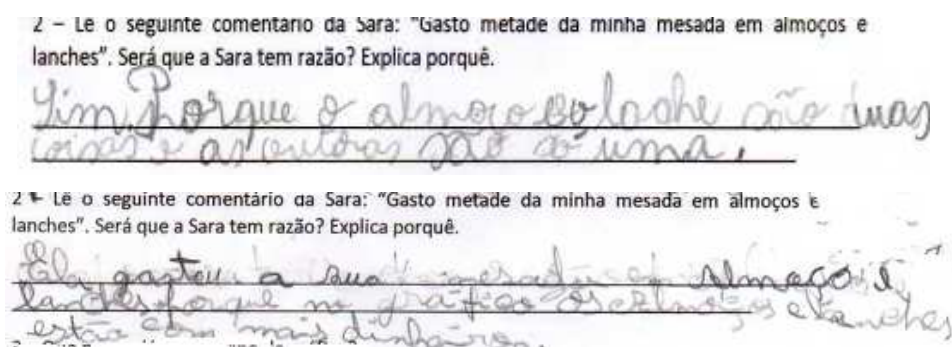
Na tabela que se segue apresenta-se um resumo das respostas dos alunos a esta tarefa onde se destaca o facto de todos os alunos terem respondido às questões propostas. Foram consideradas parcialmente corretas as seguintes respostas: as respostas que estão corretas, mas que não apresentam uma justificação válida (questão 2), as afirmações em que não foi identificada qual a verdadeira e qual a falsa (questão 4) e, quando os pares mostraram perceber como se calculava a mesada, mas obtiveram um valor incorreto influenciado pela resposta à questão anterior (questão 6).

Tabela 21- Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 3 “A mesada da Sara” (n = 11)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos					
	1)	2)	3)	4)	5)	6)
Corretas	100	0	0	27	45	45
Respostas parcialmente corretas	0	72	0	27	18	10
Incorretas	0	18	100	36	37	45
Não responde	0	0	0	0	0	0

A questão 1, que apenas requeria a leitura direta do gráfico para identificar em que é que a Sara gastava mais dinheiro, foi resolvida corretamente por todos os pares que responderam ser em almoços e lanches.

Na questão 2, oito pares afirmaram concordar com a Sara, mas nenhum deles justificou adequadamente a sua resposta, porque não relacionam o conceito de metade com a maior parte, como se pode ver nas respostas que se seguem:



Deste modo, os alunos parecem não ser capazes de interpretar a informação representada no gráfico circular mas tiraram vantagem do maior setor do gráfico circular corresponder a metade da mesada.

Na questão 3, nenhum dos pares conseguiu indicar o nome do gráfico apresentado nesta tarefa, confundindo o tipo de gráfico com o seu título, apesar destas ideias já terem sido discutidas na tarefa anterior. Por exemplo, chamaram-lhe “gráfico das cores” porque este estava pintado com três cores diferentes ou “roda do dinheiro”, relacionando-o com o tema da tarefa. A elaboração de afirmações (verdadeiras e falsas) sobre os dados também é uma dificuldade com que os alunos se deparam na questão 4. Só cerca de metade dos pares (6) construíram afirmações percetíveis mas muito elementares, que podem ser induzidas a partir de uma leitura direta do gráfico e que muitas vezes não estão relacionadas com a informação apresentada no gráfico, como se pode ler nos três exemplos que se seguem:

4 - Faz uma afirmação verdadeira e outra falsa sobre o gráfico.

O título do gráfico é a mesada da Sara.

4 - Faz uma afirmação verdadeira e outra falsa sobre o gráfico.

verdadeira - O transporte é azul falsa - Os  
lanches, menos nos almoços e nos lanches.

4 - Faz uma afirmação verdadeira e outra falsa sobre o gráfico.

O título é a mesada da Sara e a falsa é o gráfico é triângulo. Debatemos um almoço e lanches e outros verdadeiros.

Destas respostas, metade não tinham a indicação do seu valor lógico e, por isso, foram consideradas parcialmente corretas. São visíveis, igualmente, as dificuldades de comunicação dos alunos, que continuam a limitar o seu trabalho. De facto, 4 pares não conseguiram elaborar afirmações com sentido lógico, tornando-se, por isso, impercetíveis.

Na questão 5, os cinco pares que responderam corretamente, afirmaram que a Sara recebia 104 euros de mesada porque a quantia gasta em almoços e lanches era 52 euros, 26 euros em transportes e 26 euros em outras despesas. Estes alunos chegaram a estes valores porque sabiam que nos transportes a Sara tinha gasto 26 euros e, como consideraram que as outras despesas ocupavam o mesmo espaço, no gráfico, que os transportes, logo também gastariam o mesmo valor, 26 euros. Como os almoços e lanches ocupavam metade do gráfico e os transportes e outras despesas, juntos, ocupavam a outra metade, somaram  $26+26$  e, obtiveram os 52 euros.

Dos onze pares, dois, deram respostas parcialmente corretas porque pensaram da mesma maneira, mas como se enganaram a somar os  $26+26$ , um obteve 53 euros e outro 62 euros, para a quantia gasta nos almoços e lanches, como se pode ver nos quadros seguintes.

Despesas da Sara	Quantia gasta (€)
Almoços e lanches	53 €
Transportes	26
Outras	26 €

Despesas da Sara	Quantia gasta (€)
Almoços e lanches	62
Transportes	26
Outras	26

Os restantes quatro pares deram respostas incorrectas: um par achou que a Sara gastava 25 euros em outras despesas, porque a parte do gráfico correspondente, era ligeiramente menor que a dos transportes, depois somou os dois valores, mas enganou-se a fazer as contas e, para os almoços e lanches obteve o valor de 52 euros; outro par calculou correctamente o valor dos almoços e lanches, mas nas outras despesas colocou

aleatoriamente o valor 20, quando questionados oralmente sobre este valor afirmaram “Foi ao calhas, apenas achávamos que tinha que ser um valor próximo de 26 e como não estávamos a perceber...”; dois pares, consideraram que o gráfico totalizava 100%, por isso julgaram que os almoços e lanches correspondiam a 50% que somaram com “26%” dos transportes e calcularam o valor das outras despesas fazendo  $100-26$ ; um par no espaço destinado à resposta escreveu que não tinha compreendido a questão.

No respeitante à questão 6 desta tarefa, cinco pares responderam correctamente que a Sara recebia de mesada 104 euros, porque somaram  $52+26+26$ .

6 – Com os dados da tabela diz quanto é que a Sara recebe de mesada? Explica como calculaste.

De mesada recebem 104, porque  $52+26+26=104$

Um par deu uma resposta parcialmente correta tendo respondido 105 euros, porque fez  $53+26+25$  e os restantes cinco pares deram respostas incorrectas: um considerou que a mesada da Sara era a quantia gasta em almoços e lanches, que lhes tinha dado 62 euros e quatro pares não compreenderam a questão, desses, dois deles, responderam sem indicar nenhum valor, como se pode ver nos exemplos que se seguem:

6 – Com os dados da tabela diz quanto é que a Sara recebe de mesada? Explica como calculaste.

Ela recebe 52 e 26 e 25 porque não pensaram no método.

6 – Com os dados da tabela diz quanto é que a Sara recebe de mesada? Explica como calculaste.

36 € falão

6 – Com os dados da tabela diz quanto é que a Sara recebe de mesada? Explica como calculaste.

Não sei não sei gráfico

6 – Com os dados da tabela diz quanto é que a Sara recebe de mesada? Explica como calculaste.

Não sei porque não sei

Como se pode ver nas respostas anteriores, o primeiro par indicou os valores da tabela, o segundo, respondeu 36 euros, mas não conseguiu justificar a proveniência desse valor, o terceiro par, não indicou qualquer valor apenas referiu que tinha ido ao gráfico e o último par, escreveu que não sabia. Em resumo, nenhum destes pares compreendeu a questão porque não conseguiu fazer a leitura do gráfico e



consequentemente preencher correctamente a tabela que servia de base para responder corretamente à questão 6.

### **Balanço final**

Concluindo, na questão de nível 1, de leitura direta do gráfico, os alunos não revelaram dificuldades. Nas questões de nível 2, que requeriam a interpretação do gráfico circular e algumas destrezas matemáticas, as dificuldades já se evidenciaram. Os alunos não conseguiram atribuir significado aos setores do gráfico, ou seja, compreender o valor de cada um deles, limitando-os nas suas justificações. A capacidade de comunicação e de interpretação do que lhes é pedido ainda é deficiente, levando os alunos a fazerem afirmações muito simples sobre o gráfico, resultantes de uma leitura direta do gráfico e nem sempre relacionadas com a informação nele representada. Persiste a confusão entre tipo e título do gráfico pois todos os alunos procuraram dar um título ao gráfico, em vez de identificarem o tipo de gráfico, provavelmente influenciados pela tarefa anterior em que era pedido um título que foi focado na sua discussão final.

### **4.5. Tarefa 4 - “Quantas algibeiras?”**

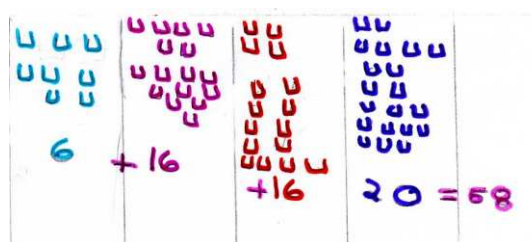
#### **Análise geral das respostas dos alunos (1.ª parte)**

Esta tarefa foi dividida em duas partes, realizadas sequencialmente, a 1.ª parte num dia e a 2.ª parte, no dia seguinte. Na primeira parte da tarefa, os alunos precisaram de recolher dados, de organizá-los e de construir um gráfico, à sua escolha, para representar essa informação.

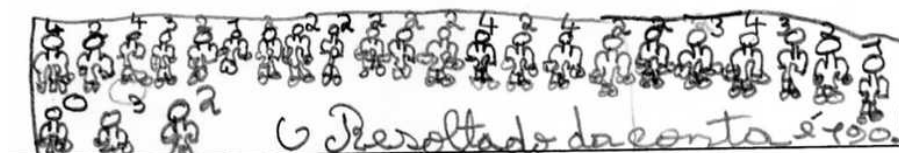
Iniciou-se a realização desta tarefa com cada um dos alunos a contar o número de algibeiras da sua roupa. O registo do número de algibeiras foi feito no quadro da sala de aula. O número de algibeiras dos alunos foi registado em quatro colunas sequenciais devido à sua dimensão não permitir inscrever todos os alunos numa coluna única. Este facto, surpreendentemente influenciou o processo de organização dos dados e a construção dos gráficos pelos alunos. Nenhum aluno tentou organizar os dados, por exemplo, numa tabela, para facilitar a construção do gráfico. A organização dos dados

revelou-se uma tarefa muito complexa para os alunos porque não reconhecem a utilidade das tabelas.

Nesta tarefa, 20% dos pares não desenhou nenhum gráfico e dos restantes, 60% optou por construir um pictograma e 40% apresentou um gráfico de barras. Os alunos que construíram o pictograma evidenciaram muitas dificuldades cometendo muitos erros. Todos os pares utilizaram símbolos pictóricos unitários alusivos à tarefa (algibeiras ou meninos) mas não identificaram corretamente a variável a representar - o número de algibeiras dos alunos - e confundiram frequência com categorias. Por exemplo, na resposta seguinte, os alunos desenharam o total de algibeiras dos alunos de acordo com as quatro colunas que estavam registadas no quadro.

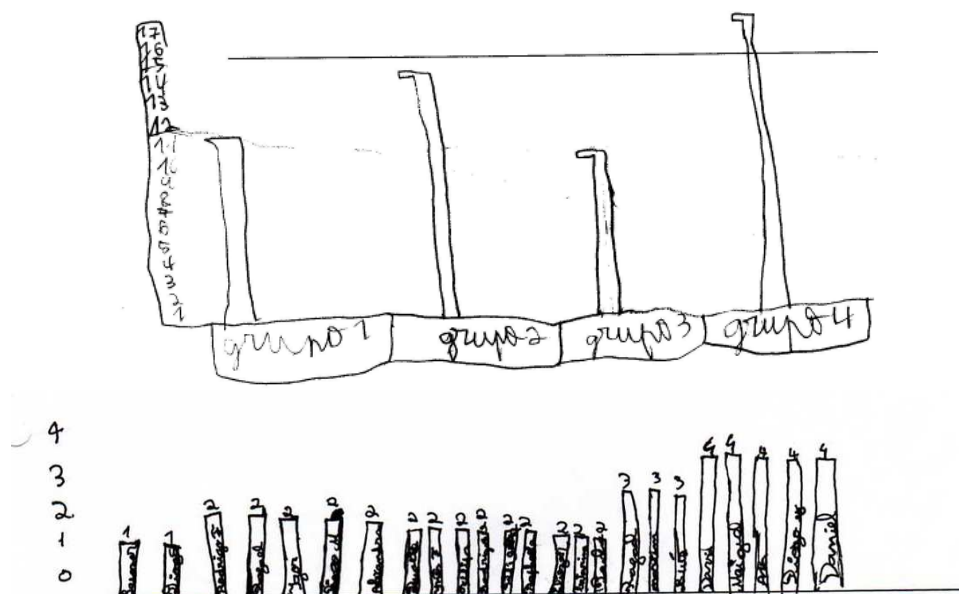


Noutra resposta, cada símbolo corresponde a um aluno rotulado com o respetivo número de algibeiras e, assim, o gráfico (pictograma) também não traduz qualquer redução dos dados:



Os alunos parecem já ter a noção que o pictograma é construído usando um símbolo pictórico representativo de quantidades de objetos ou pessoas mas cometem muitos erros na sua construção também em relação aos outros elementos deste gráfico, como a omissão do eixo, da respetiva legenda e dos rótulos das categorias da variável.

As dificuldades na organização dos dados também deram origem a muitos erros na construção do gráfico de barras, como os exemplificados nas seguintes respostas dos alunos:



No primeiro exemplo, os alunos representam o número total de algibeiras em cada grupo (influenciados pela organização registada no quadro de sala de aula) e o segundo exemplo não apresenta redução dos dados, à semelhança do que tinha ocorrido na construção do pictograma, indiciando que esta dificuldade não está associada ao tipo de gráfico mas à capacidade de organização dos dados. Além disso, os alunos cometeram erros relativos aos elementos do gráfico de barras, omitindo eixos (15% das respostas), linhas auxiliares e legendas (25%), não iniciando a escala no zero (15%) e desenhando barras não uniformes (40%) e retangulares (10%) que dificultaram a leitura do gráfico.

### **Análise geral das respostas dos alunos (2.<sup>a</sup> parte)**

A segunda parte era constituída por 4 questões relativas à leitura e interpretação de um gráfico de pontos, elaboradas de acordo os níveis de compreensão de Curcio (1989), como mostrado na tabela seguinte:

Tabela 22- Média de respostas corretas nas questões da tarefa 4 (2.<sup>a</sup> parte), segundo os níveis de Cúrcio (1989)

	Nível 1 Ler os dados	Nível 2 Ler entre os dados	Nível 3 Ler além dos dados
Questões	1; 2	3	4
Média de respostas corretas	85%	0%	30%

Esta segunda parte da tarefa requeria a leitura e interpretação de uma nova representação - o gráfico de pontos. A tabela 23, mostra um resumo das respostas dos alunos a esta tarefa:

Tabela 23 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 4 (2.<sup>a</sup> parte) (n = 10)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos			
	1)	2)	3)	4)
Corretas	70	80	0	30
Parcialmente corretas	20	0	0	0
Incorretas	10	20	100	70
Não responde	0	0	0	0

Nas duas primeiras questões, de leitura direta do gráfico de pontos os alunos tiveram facilidade em responder. Quase todos os alunos responderam corretamente à questão 1 incluindo os dois pares que deram uma resposta que classifiquei de parcialmente correta porque fizeram a leitura do gráfico corretamente mas consideraram que o 'x' representava 10 unidades (relacionaram com a numeração romana), como mostra o exemplo seguinte:

1 - Quantos alunos têm três algibeiras? E quantos têm 6?

*Se 30 alunos que têm 3 algibeiras são 20 mas que têm 6 algibeiras eu sei que o x vale 10 porque  $xx \times x = 30$*

Esta interpretação do símbolo 'x' esteve também na origem da única resposta considerada incorreta nesta questão. Neste caso, o aluno confunde o valor da variável (3 e 6) com a frequência representada por 'x' que toma o valor 10 e, portanto, não considera a possibilidade da variável tomar valores inferiores, como está evidenciado na resposta que se segue.

1 - Quantos alunos têm três algibeiras? E quantos têm 6?

*Nenhuma e nenhuma. Porque cada x vale 10 e cada x vale 10 então nenhum aluno tem 3 ou 6 algibeiras.*

Na questão 2, identificaram-se duas respostas incorretas que afirmam haver alunos com 8 algibeiras, talvez porque o 8 aparecia marcado no eixo:

2 - Há algum aluno com 8 algibeiras?

*Sim, porque no gráfico mostra que no número 8 tem 2 algibeiras. Porque uns no gráfico*

Na questão 3 os alunos já evidenciaram muitas dificuldades em interpretar a informação do gráfico e realizar cálculos para encontrar o total de alunos com e sem algibeiras. Nesta questão, nenhum aluno respondeu corretamente porque confundiram frequência nula (número de alunos com 7, 8 ou 9 algibeiras) com a categoria da variável (tomar o valor) zero, como mostram os exemplos seguintes:

3 – Se a turma tiver 15 alunos, quantos não têm nenhuma algibeira?

*Se a turma tiver 15 alunos 3 não tenham porque no gráfico três não tenham.*

3 – Se a turma tiver 15 alunos, quantos não têm nenhuma algibeira?

*Não tinham 5 alunos, porque no gráfico está 13 alunos e não tem e se estiverem 15 alunos 5 não tinham.*

No primeiro exemplo, os alunos identificam no gráfico que há 3 valores (da variável) com frequência nula e interpretam incorretamente essa informação como se fossem alunos sem algibeiras. Deste modo, não relacionam o total de elementos da turma (15) com os elementos que têm algibeiras. No segundo exemplo, esta relação é feita, os alunos calculam o número de elementos da turma que tem algibeiras (13) e fazem a diferença para 15. No entanto, depois somam o que consideram ser 3 alunos sem algibeiras, correspondentes ao 7, 8 e 9, interpretando a informação do gráfico da mesma forma que o par anterior.

Na questão 4, os alunos tinham de elaborar uma pergunta que pudesse ser respondida com a informação retirada do gráfico. Apenas 3 pares formularam questões corretas, como as seguintes: “Quantos alunos tinha a turma?” ou “Quantos alunos tinham duas algibeiras?”. Embora esta última questão possa ser respondida a partir de uma simples leitura dos dados (de nível 1) e coincide com questões anteriores da tarefa, a primeira já mostra uma evolução destes alunos na formulação de questões que requerem a realização de cálculos, além da interpretação correta da informação que está apresentada no gráfico (de nível 2).

Os restantes alunos revelaram dificuldades formulando questões com foco nos aspetos gráficos e não na informação representada, como mostra o exemplo seguinte:

4 - Escreve uma pergunta que possa ser respondida com a informação do gráfico.

*No total quantas cruzes há?*  
*Há 13 cruzes porque nós contamos nos números todos e deram-nos 13 cruzes.*

As dificuldades de comunicação também são evidentes, a avaliar pelas questões formuladas com uma má construção frásica que as torna incompreensíveis:

4 - Escreve uma pergunta que possa ser respondida com a informação do gráfico.

Porque tem o gráfico?  
Se os outros alunos tem?

### Balanço final

Os resultados apresentados mostram que a maioria dos alunos ainda revela grandes dificuldades em questões que requerem a construção e a interpretação de gráficos (de nível 2) mas é notória uma pequena evolução no seu desempenho. A construção de gráficos a partir de dados recolhidos pelos próprios alunos revelou ser uma tarefa complexa que foi dificultada pela sua falta de capacidade para organizar e reduzir os dados. De facto, nenhum aluno sentiu necessidade de o fazer, por exemplo através de uma tabela, antes de construir o gráfico. Deste modo, as representações gráficas escolhidas pelos alunos estavam incorretas, influenciadas pelo modo como os dados foram registados no quadro da sala de aula, evidenciando falta de compreensão do que era a característica (variável) em estudo. Para representarem os dados os alunos recorreram ao pictograma ou ao gráfico de barras, como era de esperar pois são aqueles com que estão familiarizados, não se evidenciando uma preferência acentuada por algum deles. Na construção do pictograma, os alunos já usam um símbolo pictórico único, adequadamente alusivo à variável em estudo e apresentaram um gráfico visualmente mais equilibrado (símbolos da mesma dimensão) mas cometem erros em relação aos outros elementos deste gráfico, como a omissão do eixo, da respetiva legenda e dos rótulos das categorias da variável. Em relação ao gráfico de barras, os erros identificados foram a omissão dos eixos, linhas auxiliares e legendas, a escala não ter início no zero e o desenho de barras não uniformes e retangulares. Estes resultados evidenciam a importância de promover oportunidades onde os alunos possam recolher os seus próprios dados levando-os a compreender a necessidade de os organizar e representar.

Nas questões relativas à leitura e interpretação de gráficos salienta-se, como aspeto positivo, o facto de todos os alunos procurarem responder a todas as questões, mesmo que por vezes incorretamente. Apesar de ser a primeira vez que os alunos contataram com um gráfico de pontos, revelaram facilidade em responder a questões que requeriam apenas a sua leitura direta (nível 1). Nas questões em que era necessária a

interpretação da informação representada (nível 2), os alunos tiveram um desempenho muito fraco, evidenciando não compreender o que está representado pois mostraram dificuldades em distinguir entre frequências e valores da variável representada. Apesar das dificuldades que mantêm na sua comunicação escrita e, tendo em conta que nesta tarefa foi a primeira vez que foi pedido para formularem questões, alguns alunos já elaboraram questões atendendo à informação representada no gráfico, que requerem mais que uma leitura direta, isto é, só podem ser respondidas através da realização de cálculos e da correta interpretação da informação apresentada no gráfico. Isto mostra uma certa evolução dos alunos em relação às afirmações verdadeiras e falsas sobre os dados representados num gráfico, que fizeram nas tarefas anteriores.

#### 4.6. Tarefa 5 - “Os iogurtes”

##### **Análise geral das respostas dos alunos**

Nesta tarefa, os alunos são solicitados a construir um gráfico a partir de uma tabela que fornece informação sobre o número de iogurtes consumidos pelos alunos do refeitório de uma escola do 1.º ciclo durante uma semana e, com base nele, formular questões e realizar inferências, ambas questões consideradas de nível 3 (questão 3 e 4) de acordo com Curcio (1989) indicadas na tabela que se segue:

Tabela 24- Média de respostas corretas nas questões da tarefa 5 “Os iogurtes”, segundo os níveis de Cúrcio (1989)

	Nível 3 Ler além dos dados
Questões	3, 4
Média de respostas corretas	75%

A tabela 25, mostra um resumo das respostas dos alunos às questões seguintes desta tarefa.

Tabela 25 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 5 “Os iogurtes”(n = 10)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos	
	3)	4)
Corretas	80	70
Incorretas	0	10
Não responde	20	20

Depois de clarificada a questão “Para que servem os quadrados colocados à frente do nome dos grupos?”, os alunos tiveram, pela primeira vez, que escolher uma escala para o gráfico a construir. Para que os alunos não se sentissem perdidos, foram-lhes fornecidas algumas alternativas para a escala e deveriam escolher, de acordo com os dados fornecidos, aquela que facilitaria a sua construção. Esta questão 1 levantou muitas questões porque os alunos não compreenderam o que lhes era pedido, inclusivamente, 2 pares não responderam. Mesmo depois de ter explicado, não foram capazes de relacionar as alternativas com os dados da tabela, dando respostas incorretas. Apesar disso, todos os alunos construíram o gráfico de barras, com base nos valores fornecidos na tabela mas sem atenderem à questão anterior, o que originou dificuldades na marcação da escala no eixo vertical. Metade destes alunos não selecionou uma unidade constante para a escala e marcou no eixo vertical apenas as frequências das várias categorias da variável, indicadas na tabela, pela ordem em que apareciam, como se mostra no exemplo que se segue.



Salienta-se, contudo, que todos os alunos já tiveram o cuidado de incluir no gráfico os eixos e os rótulos e desenharam barras homogêneas em largura e espaçamento entre si.

Outra dificuldade prende-se, ainda, com a escolha de um título para o gráfico, uma vez que os alunos respondem, maioritariamente, indicando o seu tipo, evidenciando confusão entre estes dois conceitos. Apenas dois pares atribuíram um título ao gráfico, fazendo referência a elementos exteriores ao gráfico: “Gráfico da Catarina” e “Gráfico de iogurtes”.



As perguntas formuladas pelos alunos na questão 3 (nível 3) estavam maioritariamente corretas (só 2 pares de alunos não respondeu) e bem formuladas, incidindo na informação apresentada no gráfico construído como os exemplos seguintes: “Qual foi o dia em que consumiram menos iogurtes” ou “Quantos iogurtes foram vendidos esta semana?” ou “Quantos iogurtes foram consumidos na 2ªF”.

Inclusivamente, duas dessas perguntas, foram questões colocadas em tarefas realizadas anteriormente como os exemplos “Que tipo de gráfico é estes” ou “Que título dás a este gráfico?”.

Na última questão, de nível 3, a maioria dos alunos (7 pares) também foi capaz de realizar inferências sobre os motivos do diminuto consumo de iogurtes à sexta-feira, relacionando o contexto da tarefa com a sua vivência do dia a dia. Nos exemplos que se seguem, podem ler-se alguns dos argumentos que os alunos apresentaram, embora evidenciando algumas dificuldades na escrita:

4-Que motivos poderão explicar o fato de se terem consumido menos iogurtes na sexta-feira?

Poderão explicar o fato de se terem consumido menos iogurtes na sexta-feira porque a sexta é o último dia da semana. Como a sexta é o último dia da semana tem menos iogurtes.

4-Que motivos poderão explicar o fato de se terem consumido menos iogurtes na sexta-feira?

Se calhar na quinta-feira estava muito frio e depois na sexta-feira ficaram alguns meninos doentes.

4-Que motivos poderão explicar o fato de se terem consumido menos iogurtes na sexta-feira?

Na sexta-feira não foram consumidos muitos iogurtes porque os meninos e as meninas que gostam de iogurte.

4-Que motivos poderão explicar o fato de se terem consumido menos iogurtes na sexta-feira?

Porque na sexta-feira almoçaram poucos alunos no refeitório.

Apenas um par de alunos não compreendeu a questão, respondendo de modo incorreto à quantidade de iogurtes consumidos:

4-Que motivos poderão explicar o fato de se terem consumido menos iogurtes na sexta-feira?

O menor da sexta-feira foi 10 iogurtes.

## **Balanço final**

Nesta tarefa, registou-se uma evolução no desempenho dos alunos na construção de um gráfico com barras, uma vez que já tiveram o cuidado de incluir os dois eixos e os respetivos rótulos e desenharam barras mais homogêneas em termos de largura e espaçamento entre elas. A principal dificuldade que evidenciaram foi na seleção apropriada da escala e na sua marcação, uma vez que os seus valores surgem representados pela ordem com que estão apresentados na tabela e não atenderam à sua ordem de grandeza. Persiste ainda a dificuldade em diferenciar o tipo de gráfico do seu título.

A maioria dos alunos também evoluiu na formulação de questões, ainda que bastante elementares pois são focadas em aspetos que podem ser respondidos com uma leitura direta do gráfico. Além disso, foram capazes de realizar inferências a partir dos dados apresentados no gráfico sobre informações que não se obtêm diretamente deles. Os argumentos utilizados pelos alunos, neste caso, são baseados nas suas vivências diárias, reforçando a importância dos contextos familiares aos alunos.

### **4.7 Tarefa 6 - “O nosso comportamento e trabalho”**

#### **Análise geral das respostas dos alunos**

Nesta tarefa, os alunos precisaram de organizar os seus próprios dados, que recolheram ao longo do ano, relativos à avaliação do comportamento e do trabalho. A tarefa incluía a construção de uma tabela de frequência e de um gráfico, à escolha dos alunos, para cada uma das variáveis em estudo e duas questões de interpretação de gráficos, uma de nível 1 (questão 3) e outra de nível 3 (questão 4) segundo Curcio (1989) como se pode ler na tabela que se segue:

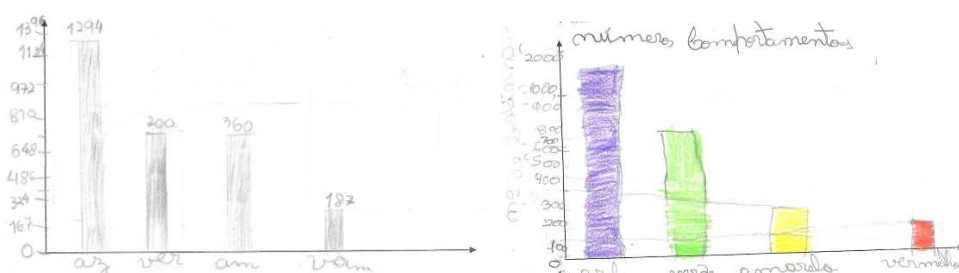
Tabela 26- Média de respostas corretas nas questões da tarefa 6 “ O nosso comportamento e trabalho”, segundo os níveis de Cúrcio (1989)

	Nível 1 Ler os dados	Nível 3 Ler além dos dados
Questões	3	4
Média de respostas corretas	100%	100%

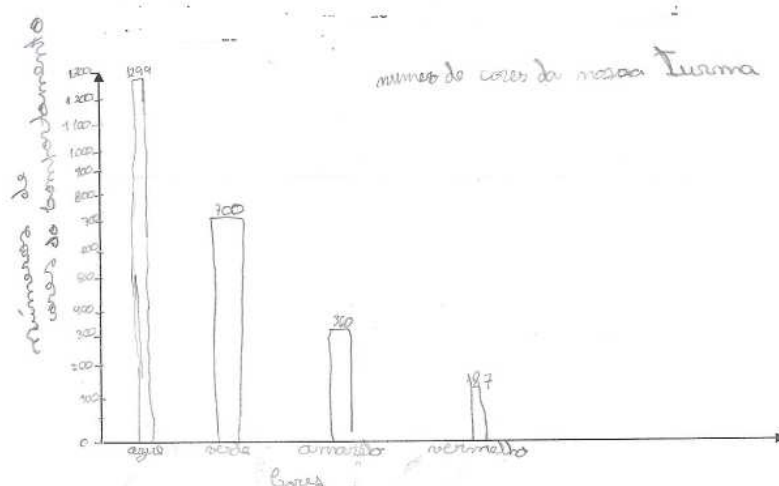
Apesar da tabela com os dados de toda a turma ter sido construída em grande grupo, a partir das grelhas de cada um dos grupos e estar disponível no quadro, um dos grupos apenas considerou os dados que estavam na sua grelha.

Em relação à construção dos gráficos de barras escolhido por todos os alunos para representarem as tabelas referentes ao comportamento e ao trabalho, a principal dificuldade que os alunos revelaram foi na seleção de uma unidade constante para a escala que facilitasse a representação dos dados cujos valores eram bastante elevados.

Um dos grupos marcou no eixo vertical apenas as frequências das várias categorias da variável mas ordenadas por ordem crescente e outro grupo fez a escala de 100 em 100 mas, quando chegou ao 1000 passou para o 2000. No entanto, todos os grupos construíram barras com alturas proporcionais à sua frequência e só um grupo omitiu os rótulos dos eixos. Os exemplos seguintes mostram estas dificuldades:



Só dois grupos fizeram a escala corretamente, como mostra o exemplo seguinte:



Em relação à questão 3 todos os alunos identificaram corretamente a cor predominante. Além disso, todos os grupos formularam corretamente as quatro questões pedidas na questão 4, nalguns casos sobre o tipo de gráfico e noutros casos relativas ao total de bolinhas de cada cor, mas cujas respostas envolvem a leitura dos dados. Os grupos formularam questões como: “Qual a cor mais votada?” ou “Quantos verdes tem

ao todo?” ou “Qual foi a cor menos votada?” ou “Quantos votos tem o azul ao todo?” ou “Qual é a cor que tem o mesmo número de votos?” ou “ Que título dás a este gráfico?” ou “Que tipo de gráfico é?”

Em relação à outra variável, o trabalho, em que era pedido para construir a tabela e o gráfico relativos aos dados recolhidos sobre esta variável, foram detectadas as mesmas dificuldades na construção da tabela e do gráfico registadas para o comportamento.

### **Balanço final**

Nesta tarefa, todos os alunos optaram por construir um gráfico de barras, tanto para representar o comportamento, como para representar o trabalho, por ser o mais fácil, segundo a opinião geral da turma. Na construção do gráfico nota-se já uma evolução pois, de modo geral, os gráficos apresentados estavam mais completos. Os alunos tiveram o cuidado de desenhar os dois eixos e de legendá-los, embora tivessem tido dificuldades na escolha das expressões a utilizar, dada a fraca capacidade de comunicação escrita que ainda revelam, marcaram as escalas com início na origem e as barras tinham alturas proporcionais às suas frequências. A dificuldade verificada em alguns grupos prendeu-se com a escolha da unidade a considerar na marcação da escala, uma vez que os números eram muito grandes. É de salientar que todos os alunos responderam corretamente às questões da tarefa, tanto a questão de nível 1, que requeria a leitura de dados como a de nível 3, em que os alunos tinham de formular questões sobre o gráfico. As questões formuladas pelos alunos focam-se, sobretudo, em aspetos que podem ser respondidos com uma simples leitura dos dados.

### **4.8. Tarefa 7 - “As cores preferidas da turma da Ana”**

#### **Análise geral das respostas dos alunos**

Esta tarefa foi a última da unidade de ensino e, por isso, era constituída por 8 questões que requeriam diferentes níveis de compreensão de gráficos e que tentaram abranger o maior número de aspetos trabalhados ao longo da sequência de tarefas propostas aos alunos. Assim, os alunos foram solicitados a construir uma tabela, a partir

de um conjunto de dados não organizados e a construir um gráfico à sua escolha a partir da tabela, para além da interpretação da informação disponibilizada

As questões desta tarefa, que requeriam a leitura e interpretação da informação apresentada em tabela ou gráfico foram construídas de acordo com os níveis de Cúrcio indicados na tabela seguinte:

Tabela 27 - Média de respostas corretas nas questões da tarefa 7, segundo os níveis de Cúrcio (1989)

	Nível 1 Ler os dados	Nível 2 Ler entre os dados	Nível 3 Ler além dos dados
Itens	4	3	8
Média de respostas corretas	100%	89%	56%

A tabela 28 mostra um resumo das respostas dos alunos a esta tarefa. Foram consideradas parcialmente corretas as respostas que estavam corretas, mas que não apresentavam uma justificação válida (questões 3, 4, 6 e 8)

Tabela 28 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 7  
(n = 9)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos					
	2)	3)	4)	6)	7)	8)
Corretas	44	67	89	67	22	56
Parcialmente corretas	0	22	11	0	0	0
Incorretas	56	11	0	22	67	33
Não responde	0	0	0	11	11	11

Na questão 1, que solicitava a construção de uma tabela não se verificaram dificuldades. As poucas incorreções verificadas prenderam-se com enganos na contagem do número de ocorrências de alguma cor porque não repararam que o total não correspondia ao da tabela.

Na segunda questão, quatro pares compreendem o significado das contagens, associando-as a frequências, como evidenciado nas respostas seguintes:

2 - Explica o que significa para ti os números da contagem.

*Os números da contagem para nós significam quantos meninos escreveram essa cor. Respostas na tabel*

2 - Explica o que significa para ti os números da contagem.

*Significa quantas vezes se repetem as cores.  
Não apenas na tabela e as cores repetem-se porque aparecia muitas vezes.*

Contudo, alguns alunos (5 pares) respondem incorrectamente porque ainda revelam dificuldades em expressar por escrito as suas ideias, dando respostas sem sentido, como se pode verificar nos exemplos que se seguem, dificultando a interpretação das suas respostas:

2 - Explica o que significa para ti os números da contagem.

*Significa para mim os números muito interessantes.*

2 - Explica o que significa para ti os números da contagem.

*Os números para mim significam  
as cores e tudo.*

Na questão 3, a maioria dos pares (6 pares) respondeu corretamente e explicou como tinha chegado ao resultado. Nas suas respostas identificaram-se duas estratégias de resolução: Alguns alunos somaram as frequências apresentadas na tabela que construíram, outros contaram todas as cores dadas no enunciado. A opção por uma destas estratégias não parece ser intencional. Dois pares enganaram-se a fazer a adição das frequências da tabela e as suas respostas foram consideradas parcialmente corretas. O único par de alunos cuja resposta foi considerada incorrecta, não indicou nenhum valor para o número de alunos da turma, apenas explicou como proceder para o encontrar, como se pode ler na resposta que se segue:

3 - Quantos alunos tem a turma da Ana? Explica como chegaste a esse resultado.

*Contando as cores.*

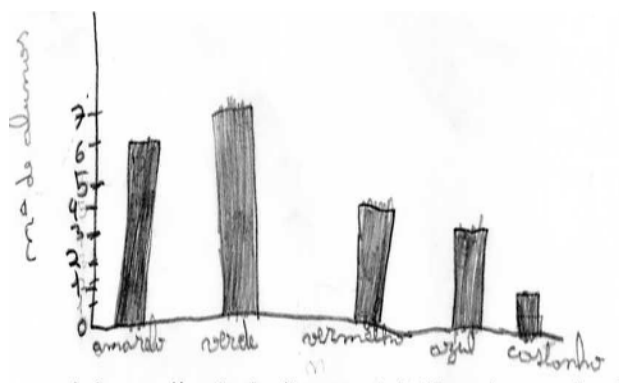
A questão 4 foi a que se revelou mais fácil, uma vez que todos os alunos responderam corretamente. Destes, apenas um par não explicou, de modo adequado, como tinha pensado e a sua resposta foi considerada parcialmente correta:

4 - Qual a cor preferida dos alunos da turma da Ana? Explica como pensaste.

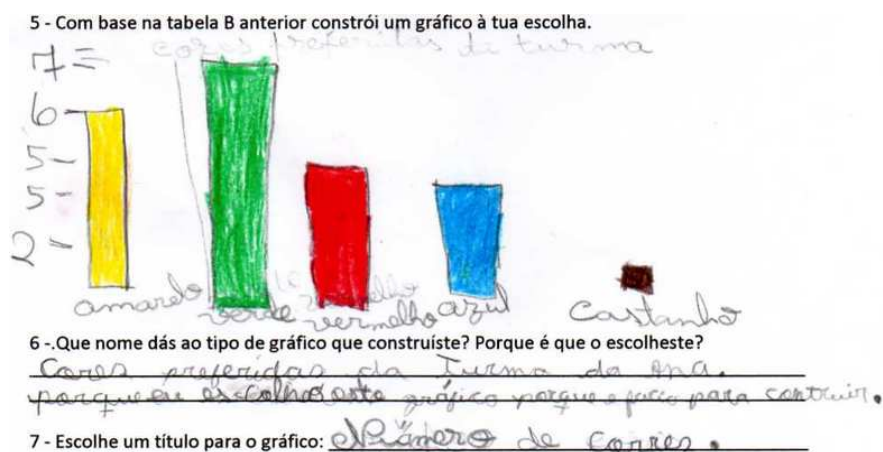
*A cor preferida é a verde porque na tabela a verde mais  
três 7 verdes.*

Na questão 5, todos os alunos construíram um gráfico de barras, justificando que este tipo de gráfico era o mais fácil de fazer. A análise das respostas dos alunos evidencia uma evolução na construção dos gráficos. A maioria dos alunos já desenhou um sistema de eixos perpendiculares devidamente rotulados e que se intercetavam na origem. A escala foi corretamente ordenada, com intervalos constantes. A área de desenho já apresentava um equilíbrio visual, com as barras com altura proporcional ao

número de casos observados em cada categoria e com largura e espaçamento uniformes entre elas. O exemplo seguinte é um dos exemplos das respostas corretas:



Dois pares de alunos, contudo, ainda cometeram alguns erros relacionados com a marcação da escala ou com a ausência do eixo horizontal, apesar dos rótulos estarem presentes, como exemplificado a seguir:



Na questão 6, apenas dois pares de alunos confundiram, o tipo de gráfico com o seu título, como se pode observar no exemplo anterior e um par não respondeu. Os restantes pares responderam correctamente ser um gráfico de barras.

A questão 7 que pedia a atribuição de um título adequado ao gráfico revelou-se uma tarefa mais difícil, apenas dois pares responderam correctamente, como se pode ver pelo exemplo que se segue:

7 - Escolhe um título para o gráfico: Número de cores da turma da Ana.

Os restantes pares deram respostas incorrectas, por exemplo, três pares de alunos nem sempre incluem referência explícita à variável em estudo, como são os casos: “A tarefa da Ana Michele” ou “Gráfico de cores”( título dado por 2 pares). Um par refere apenas “ Número de cores da turma da Ana”. Um par de alunos ainda refere que “Não

Na última questão as respostas dos alunos tiveram por base argumentos muito diversificados, como se pode ver pelos exemplos apresentados:

É muito interessante observar que estes alunos já compreendem a existência de variabilidade nos dados, embora a justifiquem com base nos conhecimentos que têm dos colegas da turma. Este aspeto evidencia, mais uma vez, a importância dos contextos familiares aos alunos, sobretudo no desenvolvimento da sua capacidade de realizar inferências. Dois pares de alunos consideraram, também, que a dimensão das amostras é um fator de variabilidade dos dados, pois estabeleceram uma comparação entre o número de alunos da turma da Ana e o número de alunos da sua turma para justificar as diferenças nos resultados, como se pode ler:

Um outro par de alunos deu uma resposta bastante curiosa, atribuindo a causa das diferenças à reconhecida falta de destreza matemática dos seus colegas para ‘contar’ e construir uma tabela correta:



8 - Se questionasses os colegas da tua turma, o resultado seria o mesmo? Explica por palavras tuas.

Não, porque a maioria dos colegas que não sabem  
lá muita coisa estatística.

Estes alunos fizeram uma interpretação diferente da palavra ‘resultados’, pensando que ela se referia ao trabalho que realizaram e não aos valores apresentados na tabela ou no gráfico.

### Balanço final

Globalmente, os alunos apresentaram um bom desempenho nesta tarefa, evidenciando-se uma evolução, a vários níveis, nas suas respostas. Todas as questões foram respondidas corretamente por mais de metade dos alunos e o número de não respostas também diminuiu (apenas 1 par nalgumas questões).

A construção da tabela a partir dos dados foi realizada sem dificuldade. Quando solicitados a construir um gráfico, todos os alunos optaram pelo gráfico de barras porque o consideraram mais fácil. Este facto não é de estranhar pois foi a representação gráfica mais trabalhada ao longo da unidade de ensino. Na construção do gráfico de barras também se observou uma evolução significativa, tendo em conta que o número de respostas erradas diminuiu, assim como o número de erros por gráfico. As dificuldades que ainda se observaram estavam relacionadas com a marcação da escala e com a omissão de um eixo. A maioria dos alunos já conseguiu dar um título adequado ao gráfico e diminuíram as dificuldades relativas à distinção entre o título de um gráfico e o seu tipo.

Em relação às questões de leitura e interpretação do gráfico e da tabela registou-se, igualmente, um aumento na percentagem de respostas corretas, sobretudo nas questões de nível 2. Além, as inferências (informais) que os alunos fazem sobre os resultados são muito interessantes e revelam que os alunos são capazes de reconhecer a variabilidade dos dados e associam-na a fatores como a dimensão da amostra e ao conhecimento que têm dos elementos dessas amostras. Sai assim reforçada a importância dos contextos familiares aos alunos para desenvolver os seus raciocínios.

## 4.9. Teste final

### Análise geral das respostas dos alunos

O teste final foi realizado individualmente com o objetivo de verificar quais as aprendizagens realizadas pelos alunos da turma e as dificuldades que se mantêm, depois da realização da unidade de ensino, no que diz respeito à leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos. Era constituído por três tarefas, cada uma com várias questões e, estas, por sua vez, com vários itens, classificados segundo os níveis de Curcio (1987,1989) da seguinte forma:

Tabela 29- Média de respostas corretas no teste final, segundo os níveis de Cúrcio (1989)

Itens	Nível 1 Ler os dados			Nível 2 Ler entre os dados			Nível 3 Ler além dos dados	
	T1	T2	T3	T1	T2	T3	T2	T3
	2a	1	2;3	2b;2c	2	4;5;6	3;4	7
Média de respostas corretas	82%			70,5%			66,5%	

*Tarefa 1* - A primeira questão desta tarefa envolvia a construção de um gráfico escolhido pelos alunos com base na informação recolhida sobre as famílias que tinham animais domésticos em casa.

Como esperado, todos os alunos optaram por fazer um gráfico de barras. Na construção do gráfico, os alunos revelaram algumas dificuldades, nomeadamente: na omissão da legenda do eixo horizontal (67%) e na omissão da legenda do eixo vertical (62%); no desenho de barras com larguras diferentes (57%), com espaçamentos não uniformes entre elas (76%) ou muito afastadas (9%); na colocação do nome das categorias corretamente, em que 9% escrevem-nas em cima das barras e 5 % escrevem dentro da barra; na seleção e marcação da escala no eixo vertical em que 24% não selecionou uma unidade constante para a escala e marcou no eixo vertical apenas os valores indicados na tabela, pela ordem em que apareciam, 43 % optou por fazer a escala de 1 em 1, 4% optou por fazer a escala de 3 em 3 e 19% dos alunos escolheram fazer a escala de 5 em 5, dificultando a leitura do gráfico porque não se percebe que valor é atribuído a cada barra e há barras que ficam quase da mesma altura e 9% não

começou a escala no zero nem o colocou no eixo. Os alunos que fizeram a escala de 1 em 1 e de 3 em 3, ambos, justificaram a sua escolha por alegarem ser mais fácil fazer as barras.

No exemplo que se segue, podem-se ver alguns dos erros referidos anteriormente:



Neste gráfico, o aluno não seleccionou uma unidade constante para a escala e organizou-a de acordo com os valores que estavam apresentados no teste. As barras não têm um afastamento uniforme e têm larguras diferentes. Não coloca as legendas.

A questão 2 desta tarefa, era constituída por 3 itens, um de nível 1 (2a) e dois de nível 2 (2b e 2c). As respostas dos alunos a esta questão estão resumidas na tabela 29. Foram consideradas respostas parcialmente corretas, aquelas em que os alunos, apesar de responderem correctamente, não explicaram como pensaram ou apresentam uma justificação inválida.

Os erros verificados nesta questão, devem-se, essencialmente, com o facto de não estar desenhado nenhum eixo (horizontal e vertical), contrariamente ao que aconteceu na maioria das outras tarefas e, também, na seleção da escala adequada porque não tinham nenhuma referência para a mesma.

Tabela 30 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 1 do teste final (n = 21)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos		
	a)	b)	c)
Corretas	76	57	43
Parcialmente corretas	5	24	0
Incorretas	19	19	57
Não responde	0	0	0

Como se pode observar os alunos não revelaram grandes dificuldades no item a). e b). No item a) a maioria dos alunos respondeu correctamente, identificando na tabela,

através da contagem dos traços, o animal doméstico menos frequente, como se pode ler nos exemplos que se seguem:

a) Qual o animal doméstico que é menos frequente ter em casa? Explica como pensaste.

Porquinho da Índia, porque eu fui ver a  
tabela.

a) Qual o animal doméstico que é menos frequente ter em casa? Explica como pensaste.

O animal é o porquinho da índia porque ele tem 7 traços.

Um aluno deu uma resposta parcialmente correta porque não dá uma justificação válida para a sua escolha, devido à dificuldade que sente em se expressar, como se pode ver no exemplo que se segue:

a) Qual o animal doméstico que é menos frequente ter em casa? Explica como pensaste.

É o Porquinho-da-Índia, porque está na tabela.

Houve quatro alunos, responderam incorrectamente, três deles baseiam as suas respostas na vivência diária e não na informação disponibilizada (em tabela ou gráfico) como se pode ler nas respostas que se seguem:

a) Qual o animal doméstico que é menos frequente ter em casa? Explica como pensaste.

Sombras, porque os gatos costumam roer as  
as de leve.

a) Qual o animal doméstico que é menos frequente ter em casa? Explica como pensaste.

O porquinho da índia porque eu nunca vi um em casa.

a) Qual o animal doméstico que é menos frequente ter em casa? Explica como pensaste.

É o cão eu pensei que ele era amigo.

Outro aluno, também deu uma resposta incorreta porque em vez de referir o menos frequente, refere os dois menos frequentes, apresentando a seguinte resposta: “O animal doméstico que é menos frequente é o porquinho da índia e o ratinho porque são menos usados”.

No item b, a maioria dos alunos que respondeu corretamente (12), justificando dizendo que viu na lista ou indicou que “13 cães > 8 gatos” ou afirmou “Houve mais pessoas a responderem que tinham cão. Porque na tabela o cão teve mais traços do que o gato.”, todos eles baseando as suas respostas na contagem dos traços.

As respostas dos alunos que responderam corretamente, mas não conseguiram justificar ou deram justificações erradas (5) e, que se podem ler nos exemplos que seguem, foram consideradas parcialmente corretas: “O cão. Eu pensei a olhar para o gráfico”; “É para cão porque tinham mais cães”; “A minha resposta é cão”

Os quatro alunos que responderam incorretamente revelaram dificuldades ao nível da interpretação da questão, assumindo que se tratava de um pedido de atribuição de valor lógico da frase, como se pode ler em algumas das suas respostas.

Sim, porque o Oate e o Cão Tom 3. mais.

c) Quantas pessoas foram questionadas? Explica como encontraste esse valor.

Quantas pessoas foram questionadas: Explicar como encontraste esse valor.

c) Quantas pessoas foram questionadas? Explica como encontraste esse valor.

c) Quantas pessoas foram questionadas? Explica como encontraste esse valor.  
 Foram 5 pessoas. Porque no quadro em cima está  
 até com 5 traços

c) Quantas pessoas foram questionadas? Explica como encontraste esse valor.

Quantas pessoas foram questionadas? Explica como encontraste esse valor.

Encontrei 25 a vendo no papel e aí consegui encontrar

Na questão 3, quando os alunos foram solicitados a organizar os dados numa tabela, foram sentidas dificuldades acentuadas, pois, mais de metade dos alunos

respondeu incorretamente, apenas dois alunos deram uma resposta parcialmente correta, um fez a tabela mas não identificou onde está representada a categoria da variável em estudo e onde estão representadas as frequências como se pode ver:

### 3. Organiza os dados numa tabela.

tem cão	5
tem gato	13
tem coelho	8
tem lagarto	4
tem peixe	4
tem passarinho	5
tem borboleta	1
tem ratinho	2
tem colibri	3
tem galinha	2
tem pombo	3

Outro, também fez a tabela, como se pode ver no exemplo que se segue, mas não contabilizou as respostas negativas.

### 3. Organiza os dados numa tabela.

nome dos animais	número de animais
cão	13
gato	8
coelho	4
passarinho	5
borboleta da índia	1
colibri	3
galinha	2
pombo	3
peixe	4

Os principais erros foram os seguintes: 11 alunos fizeram uma tabela igual à do enunciado substituindo apenas as contagens pelos seus valores; 6 alunos construíram a tabela na horizontal e não contabilizaram as respostas dos inquiridos que não tinham animais de estimação; 2 não chegaram a desenhar as linhas da tabela e 1 só apresenta o nome dos animais, sem lhes associar qualquer valor, porque pensaram que era para pôr apenas as categorias e, que não era para pôr as frequências.

Os exemplos que se seguem mostram as dificuldades referidas:

3. Organiza os dados numa tabela.

Cão 5
Cão 13
Gato 8
Cagado 4
Feixe 4
Passarinho 5
Porquinho da Índia 4
Ratinho 2
Coelho 3
Galinha 2
Pombos 3

3. Organiza os dados numa tabela.

Cão	Gato	Cagado	Feixe	Passarinho	Porquinho da Índia	Ratinho	Coelho	Galinha	Pombos
13	8	4	4	5	1	2	3	2	3

3. Organiza os dados numa tabela.

Cão - 13      Porquinho da - 1  
 Gato - 8      Ratinho - 2  
 Cagado - 4      Coelho - 3  
 Feixe - 4      Galinha - 2  
 Passarinho - 5      Pombos - 3

Cão
Gato
Cagado
Feixe
Passarinho
Porquinho da Índia
Ratinho
Coelho
Galinha
Pombos

Estas dificuldades se prendem com o facto dos alunos terem realizado poucas tarefas que envolvam a construção de tabelas e por ainda não compreenderem a sua utilidade para a organização dos dados e para a construção dos gráficos.

*Tarefa 2* – Esta tarefa envolvia a leitura e interpretação de um gráfico circular e era constituída por 5 questões elaboradas segundo os níveis de leitura e compreensão dos gráficos propostos por Curcio (1987, 1989)

As respostas dos alunos a esta tarefa estão resumidas na tabela 31. Foram consideradas respostas parcialmente corretas: na questão 1 e 2, aquelas em que os alunos, apesar de responderem corretamente, não explicaram como pensaram; na questão 3, aquelas em que os alunos conseguiram explicar uma das afirmações; na questão 4, aquelas em que os alunos fazem afirmações sobre aspetos referidos no gráfico, mas não atribuíram valor lógico,

Tabela 31 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 2 do teste final (n = 21)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos			
	1)	2)	3)	4)
Corretas	38	33	0	14
Parcialmente corretas	33	24	0	38
Incorretas	29	38	95	43
Não responde	0	5	5	5

Na primeira questão, a maioria dos alunos (8) responderam corretamente, identificando a causa dos acidentes que está associada ao maior sector do gráfico como se pode ler:

“A causa da maioria dos acidentes foi as ultrapassagens perigosas. Eu li as frases e elas estão numeradas, também vi o gráfico circular e a que está numerada com o número 1 é a parte maior e escolhi-a”

“ A causa da maioria dos acidentes foi ultrapassagens perigosas. Eu fui ver no gráfico circular que ultrapassagens perigosas é a que tem mais quantidade”

Alguns alunos (7), no entanto, respondem corretamente, mas de modo parcial porque não justificam a sua resposta ou têm dificuldade em fazê-lo, como se pode ler nas suas respostas: “Ultrapassagens perigosas” ou “É ultrapassagens perigosas porque no gráfico circular está uma curva”.

As respostas erradas a esta pergunta (6) foram diversificadas e prenderam-se com uma incorreta interpretação do gráfico. Um aluno mencionou todas as causas, outro contou as causas e respondeu “foram 5 acidentes porque fui ver nos acidentes”. Outras respostas foram baseadas na escolha das duas causas com os setores maiores do gráfico, ou justificaram com as suas vivências, afirmando: “É Excesso de velocidade porque não se pode vir com muita velocidade”. Um aluno respondeu “Eu pensei que a maioria dos acidentes é obstrução ou mau estado das estradas” porque, como explicou na discussão, “de todos os números, o cinco é o maior e eu fui ver o que estava escrito no 5” e um outro deu uma resposta cujo sentido não é perceptível.

Na questão 2, sete alunos identificam corretamente a causa de um quarto dos acidentes e justificaram a sua resposta como se pode ler no exemplo que se segue:

2. Indica a causa de um quarto dos acidentes. Justifica a tua resposta.

*A causa de um quarto de acidentes é a frase 3. Porque no gráfico circular onde onde está o número 3 é um quarto.*



Embora tenham respondido corretamente à questão, cinco alunos deram respostas parcialmente corretas, porque não apresentam justificação ou não conseguiram justificar a sua resposta, dadas as dificuldades em verbalizar a maneira como pensam, como se pode ler de seguida:

2. Indica a causa de um quarto dos acidentes. Justifica a tua resposta.

Excesso de velocidade.

“Excesso de velocidade. Porque é um quarto dos acidentes”

Dos alunos (8) que responderam de forma incorreta a esta questão, um deles, tal como fez na primeira questão, indicou todas as causas de acidentes de viação enumeradas no gráfico; outro somou os números correspondentes à legenda porque achou que cada número representava o valor de cada uma das causas de acidente, como se pode ver na resposta que se segue:

2. Indica a causa de um quarto dos acidentes. Justifica a tua resposta.

15 porque eu contei 1+4+5+2+3 que é 15

Os restantes, não compreenderam a questão porque não sabem o que representa  $\frac{1}{4}$ , como se pode ler no exemplo:

2. Indica a causa de um quarto dos acidentes. Justifica a tua resposta.

4 avarias mecânicas porque eu li na causa do acidente.

Nesta questão, houve ainda um aluno que não respondeu porque, como afirmou no fim do teste, não sabia o que era  $\frac{1}{4}$ , logo não compreendia o que era para responder.

Nesta questão, o insucesso das respostas pode deve-se a dois fatores: os alunos não saberem o que é  $\frac{1}{4}$  e mais, uma vez, a dificuldade na interpretação da pergunta.

Na questão 3, foi onde os alunos manifestaram mais dificuldades, não havendo nenhuma resposta correta e um aluno não respondeu. Dos alunos que responderam incorretamente, dois responderam com base no seu quotidiano, como se pode ler no primeiro e no segundo exemplos e os restantes, respondem como se na questão fosse pedido para dizer porque há tantos acidentes, terceiro exemplo, ou dão respostas sem sentido, como se pode observar no quarto exemplo.

3. Explica por que são verdadeiras as seguintes afirmações:

(1) "Mais de metade dos acidentes teve como causa o excesso de velocidade e as ultrapassagens perigosas";

(2) "O excesso de álcool e a obstrução ou mau estado das estradas causou mais de um quarto dos acidentes".

(1) "Mais de metade dos acidentes teve como causa o excesso de velocidade e as ultrapassagens perigosas";

(2) "O excesso de álcool e a obstrução ou mau estado das estradas causou mais de um quarto dos acidentes".

Conclui-se pelas estatísticas de trânsito que a maioria dos acidentes é causada por excesso de velocidade e ultrapassagens perigosas.

3. Explica por que são verdadeiras as seguintes afirmações:

(1) "Mais de metade dos acidentes teve como causa o excesso de velocidade e as ultrapassagens perigosas";

(2) "O excesso de álcool e a obstrução ou mau estado das estradas causou mais de um quarto dos acidentes".

1) Porque metade dos acidentes são causados por excesso de velocidade e ultrapassagens perigosas.  
2) Porque o excesso de álcool e a obstrução ou mau estado das estradas causou mais de um quarto dos acidentes.

(2) "O excesso de álcool e a obstrução ou mau estado das estradas causou mais de um quarto dos acidentes".

Dizem mais de um quarto dos acidentes são causados por excesso de álcool e a obstrução ou mau estado das estradas.

Esta taxa de insucesso deve-se, principalmente, à falta da noção de metade e de um quarto, associada à dificuldade que os alunos têm em interpretar a questão e em se expressarem.

Na questão 4, os alunos tinham de elaborar uma afirmação verdadeira e outra falsa, sobre o gráfico. Quando os alunos escreviam afirmações corretas mas não identificavam a verdadeira e a falsa, ou quando escreviam apenas uma afirmação correta, as suas respostas eram consideradas parcialmente corretas. Nesta questão, três alunos responderam corretamente, como se pode ler nos exemplos:

4. Observa o gráfico e escreve uma afirmação falsa e outra verdadeira.

Este gráfico é um gráfico de barras falsas.  
Este gráfico é um gráfico de barras verdadeiras.

4. Observa o gráfico e escreve uma afirmação falsa e outra verdadeira.

O gráfico tem 10 divisões porque diz para fazer uma linha no gráfico tem 5 divisões - 12 que é 12  
5 divisões de 2000 cada, porque é arredondado.

Como se pode observar, em nenhuma das afirmações os alunos fazem a interpretação do gráfico, focam-se em aspetos do gráfico e não na informação por ele representada (primeiro exemplo) ou limitam-se a fazer a leitura direta do gráfico (segundo e terceiros exemplos) e mais uma vez, como tem vindo a ser comum em tarefas anteriores, fazem afirmações sobre o tipo de gráfico (quarto exemplo) apesar de não indicarem o seu valor lógico.

Também os alunos (8) que dão respostas parcialmente corretas, baseiam as suas afirmações na leitura direta do gráfico, como se pode ler nos exemplos:

4. Observa o gráfico e escreve uma afirmação falsa e outra verdadeira.

O gráfico tem números. O gráfico está pintado.

4. Observa o gráfico e escreve uma afirmação falsa e outra verdadeira.

falso - O maior risco é acidentes mecânicos  
verdadeiro - Os ultrassons são perigosos para os médicos  
muito perigosos.

1. Observa o gráfico e escreve uma afirmação falsa e outra verdadeira.

Verdadeiro 1 ultrassons perigosos, 2 excesso de álcool, 3 excesso de velocidade 4. Fumos ou fumaça 5. colisão ou mau estado do estado 1 = 9 ultrassons perigosos 2 = excesso de álcool 3 = Excesso de velocidade 4 = Fumos ou fumaça 5 = colisão do carros

1. Constrói uma tabela para representar a informação dada no gráfico anterior

4. Observa o gráfico e escreve uma afirmação falsa e outra verdadeira.

Este gráfico é um gráfico de barras  
Este gráfico é um gráfico de barras

Também houve 9 respostas incorretas, onde não se compreende o que os alunos pretendem afirmar, como se pode constatar na resposta que se segue.

“A afirmação verdadeira é que o 1 vale 100 e a falsa é que a 2 e a 5 têm de ter muito cuidado”

“É falsa os carros voam no ar e assim não batem, verdadeira os carros andam na estrada e podem bater ou chocar um contra o outro”

Estas respostas cujo o sentido não é perceptível, devem-se à incompreensão da leitura do gráfico aliado às dificuldades na expressão escrita, como me pude certificar depois de questionar os alunos, que me responderam que não sabiam o que escrever porque não perceberam como podiam fazer afirmações sobre o gráfico.

*Tarefa 3* – Esta tarefa envolvia a leitura e interpretação de um pictograma, a construção de um gráfico à escolha e era constituída por 8 questões elaboradas segundo os níveis de leitura e compreensão dos gráficos propostos por Curcio (1987, 1989). As respostas dos alunos a esta tarefa estão resumidas na tabela 32.

Tabela 32 – Distribuição da percentagem de alunos por tipo de resposta à tarefa 3 do teste final (n = 21)

Tipo de Resposta	Percentagem de alunos						
	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)
Corretas	33	81	95	86	71	42	81
Parcialmente corretas	0	0	0	0	5	38	0
Incorretas	62	19	5	14	24	19	19
Não responde	5	0	0	0	0	0	0

De acordo com a tabela anterior, podemos salientar que os resultados são animadores uma vez que a percentagem de respostas corretas, excepto na primeira e na sexta questão, são superiores a 50%, o que mostra que os alunos melhoraram na leitura e interpretação dos gráficos.

Na questão 1, a taxa de sucesso é inferior a 50% porque treze alunos deram respostas incorretas, desses, nove alunos confundiu tipo de gráfico com o seu título respondendo por exemplo “Número de animais no jardim” e quatro alunos responderem gráfico de barras ou gráfico de pontos porque segundo eles “foram os nomes que lhes vieram à cabeça”, como explicaram na discussão. Houve ainda um aluno que não respondeu porque não se lembrava do nome do gráfico. Os restantes alunos (7) responderam corretamente “pictograma”.

Na questão 2, apenas quatro alunos deram respostas incorretas: um aluno respondeu “patos” porque achava que os patos ocupavam uma área maior e por isso era o mais frequente, outros dois, responderam “cão e tartaruga” porque leram mal a questão e referiram os animais que havia em igual número, no jardim. Houve ainda um

aluno que chamou lobo ao cão (não leu o rótulo) e também respondeu “lobo e tartaruga”.

Na questão 3, só houve uma resposta errada porque o aluno enganou-se a contar e respondeu “5 patos”.

Na questão 4, os quatro alunos que deram respostas incorretas, cometeram todos o mesmo erro, porque não compreenderam a pergunta e, em vez de contarem todos os animais, contaram as quatro espécies diferentes, por isso responderam “4 animais”, esta situação revela dificuldades na interpretação do gráfico.

Na questão 5, a taxa de sucesso foi superior a 50% o que evidencia uma evolução nas questões de nível dois. Apenas, seis alunos deram respostas erradas tendo-se registado os seguintes erros: um aluno indicou o nome dos 4 animais representados no pictograma, um aluno respondeu “cães e patos” porque achou que os dois ocupavam o mesmo espaço; um aluno respondeu “cães e gatos” porque são os animais que havia em maior quantidade no jardim, segundo a sua explicação na discussão; um aluno não soube ler o gráfico e respondeu “Não, vi no gráfico”. Os erros evidenciados revelam, que alguns alunos, ainda têm dificuldade na leitura do pictograma. Há um aluno que tem a resposta parcialmente correta porque respondeu “lobo e tartaruga”, a mesma resposta que deu na questão 2, porque não leu o rótulo, apenas se limitou a olhar para a imagem, achando que o animal representado era um lobo, no entanto, mostrou que com base nos símbolos pictóricos, conseguia fazer a leitura do pictograma.

Na questão 6, nove alunos respondem corretamente, justificando que viram no gráfico que havia um peixe a mais, outros, referiram que havia quatro patos e cinco peixes, logo havia um peixe a mais. Oito alunos deram respostas parcialmente corretas porque responderam corretamente, mas não conseguiram explicar como encontraram o valor, devido às dificuldades na expressão escrita, que persistem, como se pode ler nos exemplos:

6. Quantos peixes há a mais do que patos? Explica como encontraste esse valor.  
6. 1 peixe há a mais do que patos porque tem 1 a mais

6. Quantos peixes há a mais do que patos? Explica como encontraste esse valor.  
Há um a mais porque há 2 patos e 3 peixes a mais

Quatro alunos dão respostas erradas, indicam apenas o valor dos patos e dos peixes, não compreendem que para responderem à questão têm de achar a diferença

entre os dois animais e associam a palavra “mais” a maior. Os exemplos que se seguem mostram os erros nesta questão:

6. Quantos peixes há a mais do que patos? Explica como encontraste esse valor.

*Até há 5 a mais, 4 porque é 10 e 6 é 10*

6. Quantos peixes há a mais do que patos? Explica como encontraste esse valor.

*Até 5 peixes e 4 patos porque 10 e 6 é 4*

Na questão 7, a taxa de sucesso foi muito elevada, uma vez que houve dezassete respostas corretas. É de salientar, que apesar de não ser pedido para justificar a resposta, doze alunos optaram por fazê-lo, como se pode ver no exemplo:

7. Ofereceram 2 tartarugas para o jardim da escola. Quantas tartarugas existem agora?

*Sei que antes tinha 5 tartarugas e agora há 3 porque  $5 + 2 = 7$*

Nesta questão, apenas quatro alunos deram respostas erradas, dois deles, em vez de somarem os 2 patos, subtraíram porque segundo disseram na discussão, perceberam que o jardim é que tinha oferecido 2 patos. A resposta que se segue é o exemplo deste erro.

7. Ofereceram 2 tartarugas para o jardim da escola. Quantas tartarugas existem agora?

*Resposta: 3 porque se antes tinha 5 e agora há 2, então  $5 - 2 = 3$*

Um outro aluno, respondeu “Agora existem 3 tartarugas no jardim.”, porque segundo a sua explicação, como dizia “agora” na pergunta, ele percebeu que era para indicar as tartarugas que existiam no jardim, antes de lhe terem oferecido as outras. Por fim, outro aluno respondeu incorretamente “Ficaram com 4 porque antes tinha duas”, porque se enganou a contar as tartarugas representadas no pictograma.

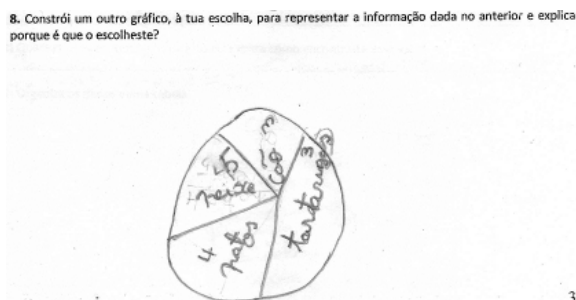
Nas três primeiras respostas, novamente, se verifica que os alunos não compreendem as questões.

Na questão 8, dezasseis alunos optaram por construir um gráfico de barras, porque segundo as suas justificações é o mais fácil, um aluno fez um gráfico circular, mas não justificou a sua escolha, um aluno fez outro pictograma, porque alegou gostar

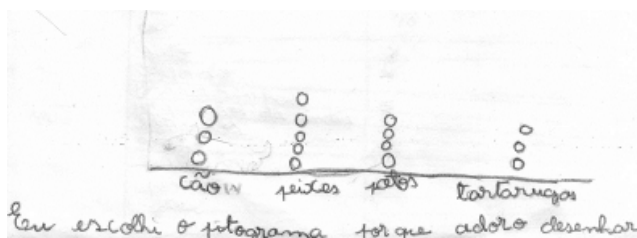


de desenhar, um aluno fez algo parecido com uma tabela, um aluno limitou-se a copiar o pictograma dado e outro não respondeu.

A construção do gráfico circular, não foi trabalhada na unidade de ensino, apenas se fez a sua leitura e interpretação, pelo que os erros dados pelo aluno são perfeitamente justificáveis. Como se pode observar, o aluno não desenhou o tamanho dos sectores proporcionais aos valores de cada animal e escreveu os referidos valores dentro de cada sector.



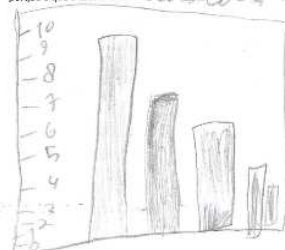
O pictograma que um aluno desenhou já inclui símbolos pictóricos unitários, o número de símbolos é proporcional à frequência que representa, os rótulos estão presentes e o afastamento entre eles é mais ou menos uniforme, como se pode ver no pictograma apresentado.



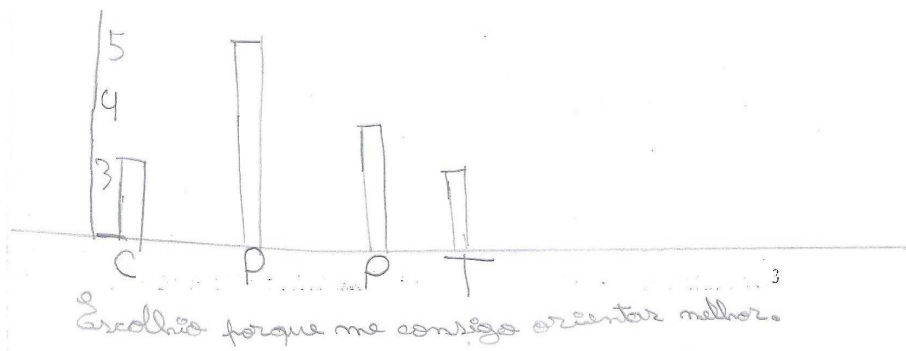
Nesta questão, também foram cometidos vários erros relacionados com a construção dos gráficos de barras: treze alunos não colocaram a legenda nos eixos horizontais ou verticais, um aluno nem mesmo desenha os eixos; um aluno não identifica os rótulos e um aluno escreve o nome da variável dentro das barras; quatro alunos fazem as barras com larguras diferentes, seis alunos fazem barras com espaçamento não uniforme entre elas e cinco alunos fazem as barras muito afastadas; dois alunos não começam a escala pelo zero; um aluno não seleccionou uma unidade constante para a escala e marcou no eixo vertical apenas as frequências das várias categorias da variável, indicadas no pictograma, pela ordem em que apareciam e um aluno faz a escala sem intervalos constantes e marca-a erradamente no lado direito do eixo vertical, dentro da área do gráfico.

Os gráficos que se seguem evidenciam os erros anteriormente descritos.

8. Constrói um outro gráfico, à tua escolha, para representar a informação dada no anterior e explica porque é que o escolheste?

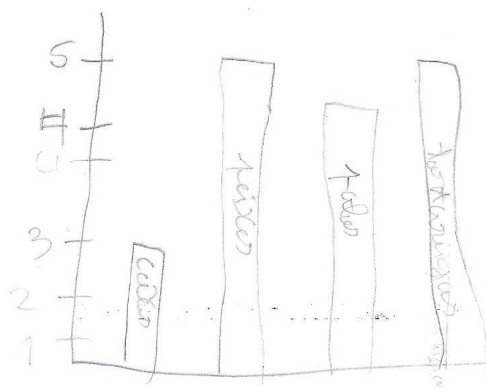


*Eu escolhi o gráfico de barras porque ajuda a falar.*



*Escolhi porque me consigo orientar melhor.*

8. Constrói um outro gráfico, à tua escolha, para representar a informação dada no anterior e explica porque é que o escolheste?



*Eu escolhi este gráfico porque é mais fácil de interpretar.*

Houve ainda um aluno que, incorretamente, fez uma “tabela” considerando que estava a fazer um gráfico, como se pode ver pela sua resposta.

3	5	4	3
3	5	4	3
3	5	4	3
3	5	4	3

*Porque este gráfico é giro.*



Este erro deve-se ao facto, de alguns alunos, muito poucos, confundirem gráfico com tabela, para eles é a mesma coisa, “apenas têm um desenho diferente”, como afirmou na discussão.

Para concluir, um aluno, copiou o pictograma, queixando-se que os desenhos eram muito difíceis de fazer. Claramente, este aluno não compreendeu o que era pedido na questão. É de salientar, que apenas um aluno, não tentou responder à questão, porque alegou não ter tido tempo.

### **Balanço final**

Globalmente, os alunos apresentaram um melhor desempenho na leitura e interpretação de gráficos, uma vez que a percentagem de respostas corretas aumentou. Na construção de gráficos, apesar da evolução observada, ainda cometem alguns erros, embora em menor número, principalmente nas legendas e rótulos dos eixos horizontais e verticais, na realização das escalas e no desenho das barras, construindo-as com larguras diferentes ou com espaçamentos não uniformes entre elas. Em relação à construção de tabelas continuam a manifestar dificuldades acentuadas, como se pode ver pela taxa de sucesso bastante baixa, porque os alunos ainda não conseguem organizar os dados numa tabela nem reconhecer como ela pode ser útil para a construção correta de um gráfico. Alguns dos alunos continuam a confundir gráfico com tabela, porque como ambos são formas de apresentar e organizar os dados, para eles, são a mesma representação. É de referir que ainda persiste a confusão entre tipo e título do gráfico, muito embora, o número de respostas certas a esta questão tenha aumentado.

Nas questões de nível 1, de uma maneira geral, os alunos não revelaram dificuldades na leitura direta dos dados, como se pode comprovar pelo número de respostas certas no teste final.

Já nas questões de nível 2 e nível 3, que implicavam a explicação das afirmações feitas a partir de dados de tabelas ou gráficos, as dificuldades foram maiores. Continua a verificar-se uma dificuldade acrescida na justificação das respostas, quando são pedidas para elaborar afirmações, estas, na sua maioria, envolvem a leitura direta do gráfico ou baseiam-se em questões que apareceram em tarefas anteriores. Existem, ainda, alguns alunos, que revelam incompreensão do que é pedido na questão levando-os a darem

respostas incorretas. Sempre que é pedido para comentar uma afirmação, as dificuldades na comunicação escrita, estão bem patentes.

## Capítulo V

### Reflexão sobre o trabalho realizado

Neste capítulo começo por apresentar uma síntese do estudo. De seguida, com base na análise dos resultados e tendo presente os objetivos e as questões do estudo, apresento as principais conclusões no que diz respeito aos erros e dificuldades dos alunos na construção, leitura e interpretação de tabelas e gráficos. Para concluir, faço uma breve reflexão pessoal sobre os seus contributos para o meu desenvolvimento pessoal e profissional e apresento algumas recomendações para estudos que se venham a realizar sobre esta temática.

#### 5.1. Síntese do estudo

A Estatística tem tido um papel cada vez mais relevante na sociedade. Com efeito, grandes quantidades de dados, frequentemente apresentados em forma de gráficos ou tabelas, estão presentes no quotidiano de todos os indivíduos, influenciando a sua tomada de decisões e permitindo-lhes cumprir o seu papel de cidadãos. Ser capaz de avaliar, de modo crítico, as evidências fornecidas por esses dados é, assim, uma capacidade importante que deve ser desenvolvida nos alunos, durante a sua educação (Watson, 2006). Neste sentido, as orientações curriculares, tanto nacionais como internacionais, recomendam a promoção da aprendizagem da Estatística desde os primeiros anos para que os alunos se vão familiarizando com os conceitos estatísticos e a representação da informação em gráficos e tabelas, visando o desenvolvimento da sua literacia estatística (NCTM, 2008; ME, 2007).

Tendo presente a importância do desenvolvimento da literacia estatística dos alunos, o meu gosto por esta temática e a preocupação em melhorar a minha prática no sentido de ajudar os alunos a ultrapassarem as dificuldades com que habitualmente se deparam neste tema, contribuindo para a sua aprendizagem, realizei um estudo que tem por base uma unidade de ensino do tema Organização e Tratamento de Dados. O objetivo do estudo é analisar os erros e as dificuldades dos alunos do 3.º ano na

resolução de tarefas sobre leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos estatísticos ao longo de uma unidade de ensino de Organização e Tratamento de Dados e compreender como o trabalho nela desenvolvido promove a sua literacia estatística. Com este objetivo, procurei responder às seguintes questões:

(1) Quais as dificuldades que os alunos evidenciam na leitura e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos, antes, durante e no final da unidade de ensino?

(2) Quais os erros e as dificuldades que os alunos evidenciam na construção de tabelas e gráficos estatísticos antes, durante e depois da unidade de ensino?

(3) Quais as aprendizagens realizadas pelos alunos no final da unidade de ensino?

O quadro teórico utilizado neste estudo teve presente as orientações curriculares para o ensino da Estatística, em particular o PMEB (ME, 2007). Incluí, ainda, uma revisão de literatura focada na Literacia, raciocínio e pensamento estatísticos e na representação de dados estatísticos. A concretização da unidade de ensino decorreu no ano letivo 2011/2012, sendo os participantes do estudo todos os membros da turma do 3.º ano do ensino básico de uma escola da periferia de Lisboa. Para recolher os dados recorri à observação participante e respetivas notas de campo, bem como a documentos escritos, nomeadamente a dois testes individuais (teste diagnóstico e teste final) e às produções dos alunos na realização das tarefas ao longo da unidade de ensino

## **5.2. Conclusões do estudo**

Concluído o estudo, neste ponto apresento as suas principais conclusões organizadas segundo as questões de partida, indicando os erros e as dificuldades dos alunos na leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos estatístico, antes, durante e depois da unidade de ensino e as aprendizagens realizadas.

*Leitura e interpretação de tabelas e gráficos.* Antes da realização da unidade de ensino, quando iniciei a abordagem desta temática, constatei que 56% dos alunos conseguiam fazer a leitura direta do gráfico, questões de nível 1, segundo os níveis de leitura e compreensão de Curcio (1989). Já no que diz respeito às questões de nível 2 e 3, verifiquei que estas questões constituem uma dificuldade acrescida para os alunos, sendo a sua média de respostas corretas inferior a 50%. Estas dificuldades prendem-se essencialmente com a interpretação e comunicação matemática. Ao lermos as respostas

dadas pelos alunos, verificamos que estes não compreendem o que lhes é pedido e não conseguem verbalizar como pensam.

No teste diagnóstico os alunos apresentavam as seguintes dificuldades: não conseguiam compreender que um símbolo pictórico podia representar mais que uma unidade, incorreta interpretação da legenda, não atribuição de significado à solução obtida e incompreensão das convenções do gráfico (como por exemplo, o significado da legenda).

No entanto, durante a unidade de ensino, os alunos evoluíram gradualmente na formulação de questões, que não se baseavam apenas na leitura direta do gráfico, no desenvolvimento da comunicação matemática explicando como tinham pensado, na capacidade em realizar inferências relacionadas com o contexto e com as vivências do dia-a-dia e na preocupação em responder a todas as questões.

Concluída a unidade de ensino, toda a turma conseguiu fazer a leitura direta dos dados (nível 1), a maioria já consegue responder a questões de nível 2, fazendo comparações e identificando relações matemáticas e, uma parte significativa dos alunos já respondem com sucesso a questões de nível 3, fazendo inferências com base nos dados e no seu quotidiano.

Quanto à leitura e interpretação de tabelas, desde o início da unidade de ensino que esta tarefa não constituiu problema para a maioria dos alunos que mostraram saber ler, interpretar e completar tabelas, apesar de não saberem organizar os dados numa tabela e construí-la.

Os resultados do teste diagnóstico, das tarefas e do teste final, parecem indicar que os alunos desenvolveram a sua literacia estatística, isto é, tal como referem Martins e Ponte, (2010) desenvolveram a capacidade de ler e interpretar dados organizados em tabelas e gráficos e, para fazer uma investigação estatística, aprenderam a recorrer a esses dados. Os alunos compreenderam a importância dos gráficos e tabelas no seu dia-a-dia, assim como para a sua vida futura, perceberam a importância de cada elemento constituinte dos gráficos e quais as informações que estes nos davam e aprenderam a formular questões com base nesses gráficos e tabelas.

*Construção de tabelas e gráficos.* Antes da unidade de ensino, na resolução do teste diagnóstico, os alunos revelaram muitas dificuldades relativamente à construção do gráfico de barras, a partir da informação disponibilizada numa tabela. Estas dificuldades não são de estranhar pois os alunos nunca tinham tido contacto com tarefas

de construção de gráficos ou tabelas no ensino formal, limitaram-se a efetuar a leitura dos mesmos, no ano anterior. Nesta fase, os erros que observei nas respostas dos alunos em relação à construção do gráfico de barras foram: desenho de barras cuja altura não era proporcional aos valores das frequências, erro também evidenciado por Wu (2004), no estudo com alunos do ensino secundário; espaçamentos não uniformes entre as barras (alguns alunos desenharam-nas juntas ou descentralizadas em relação aos rótulos do eixo horizontal), erros já referidos, em estudos com futuros professores, levados a cabo por Arteaga (2010) e por Morais (2010) que desenvolveram os seus estudos com futuros professores e com alunos do 9.º ano de escolaridade, respetivamente. Outra dificuldade diagnosticada, principalmente no início da unidade de ensino, referida igualmente por Morais (2010), é na identificação do eixo horizontal e vertical.

Em relação à construção do pictograma, as dificuldades ainda foram mais acentuadas do que na construção do gráfico de barras. Os erros observados estão relacionados com a escolha das imagens pictóricas a utilizar na sua construção, como se pode concluir no desenho dos vários símbolos com dimensões diferentes, realizados pelos alunos, provocando um desequilíbrio visual; na construção dos símbolos de cima para baixo e no desenho de um símbolo pictórico único, com a respetiva frequência representada por traços.

Tanto na construção, dos gráficos de barras como nos pictogramas, realizadas pelos alunos durante a unidade de ensino, estão presentes outros erros, como a ausência de legendas e rótulos nos eixos, também referidos por Wu (2004). A definição de escalas adequadas para representar os dados, a divisão das escalas de modo uniforme e a dificuldade na sua marcação (omissão, inadequadas para o conjunto de dados, com divisões insuficientes, não contemplando o ponto de origem dos eixos das coordenadas) também constituíram problemas significativos, para os alunos, na construção dos gráficos. A primeira dificuldade também foi detetada por Carvalho (2001) e Wu (2004) que nos seus estudos deparam-se, igualmente, com a dificuldade na divisão das escalas de modo uniforme. Arteaga (2010) e Wu (2004), nas investigações que levaram a cabo, no que diz respeito à marcação das escalas, referem os mesmos erros detetados neste estudo. Durante a unidade de ensino, em relação aos gráficos, também observei que os alunos não conheciam o nome dos diferentes tipos de gráficos nem os seus elementos constituintes, levando-os a omitir grande parte desses elementos na sua construção, situação também constatada em Carvalho (2009). Além disso, a maioria dos alunos da

turma atribuía, frequentemente, um título ao gráfico, mesmo quando lhes era solicitada a indicação do tipo de gráfico representado.

Ao longo da unidade de ensino, os alunos foram ultrapassando as dificuldades referidas anteriormente, notando-se uma evolução muito positiva na construção do gráfico de barras. Quando lhes era solicitado para construírem um gráfico à escolha, claramente a sua opção recaía sobre os gráficos de barras, tal como afirmaram, por ser mais fácil. Esta observação tem fundamento, uma vez que foi a representação gráfica mais trabalhada durante a unidade de ensino.

No final da unidade de ensino, o desempenho dos alunos na construção de gráficos melhorou, pois já davam atenção ao equilíbrio visual do gráfico, mostraram reconhecer a importância do título de um gráfico e fizeram gráficos mais completos. No entanto, ainda manifestam várias dificuldades, embora menos frequentes, como nas legendas e rótulos dos eixos horizontais e verticais, na seleção das escalas e no desenho das barras, construindo-as com larguras diferentes ou com espaçamentos não uniformes entre elas. Nem todos os alunos reconhecem a importância que tem cada um destes elementos na correta leitura e interpretação dos gráficos. Para alguns alunos e, baseando-me nas suas discussões, o importante é a barra corresponder ao valor correto, pelo que posso concluir que, apesar das suas progressões na aprendizagem, ainda não dominam esta temática e necessitam de continuar a trabalhá-la realizando tarefas que envolvam a construção de vários tipos de gráficos. Apesar de não ser tão frequente, persistiu a confusão entre tipo e título do gráfico, que julgo que irá ser ultrapassada com a continuidade da realização de tarefas que envolvam a construção de gráficos.

No respeitante à recolha, organização e representação de dados, antes da unidade de ensino, os alunos revelaram muitas dificuldades pois não sabiam como organizá-los para facilitar a construção do gráfico. Esta dificuldade na organização dos dados contribuiu muito para os erros cometidos na construção dos gráficos, como se pode observar nos gráficos construídos na 1.<sup>a</sup> parte da tarefa 4.

Quanto à construção de tabelas, no início da unidade de ensino e, depois de analisar as tarefas que envolviam a sua construção, os alunos revelaram uma noção errada de como fazê-la, indicando o algoritmo da adição dentro da própria tabela, confundindo o nome das variáveis em estudo. Durante a unidade de ensino, com a realização destas tarefas e com a leitura e interpretação de tabelas presentes noutras tarefas, a maioria dos alunos, apesar de não conseguirem representar corretamente os

dados, compreenderam a utilidade da tabela na organização dos dados e para a construção de gráficos. As dificuldades persistiram mesmo no final da unidade de ensino, como se pode constatar pelo teste final onde os alunos fizeram tabelas, exatamente iguais ao quadro que lhes era dado com as informações do inquérito sobre o qual lhes era pedido para fazer uma tabela e outros colocaram apenas uma das variáveis (por exemplo, só o nome dos animais de estimação) não lhes atribuindo valores. É de referir que antes da implementação da unidade de ensino, os alunos apenas tinham trabalhado com tabelas no que diz respeito à sua leitura e interpretação. É de salientar, contudo, que no final da unidade de ensino, começaram a recorrer a tabelas para organizar os dados, noutras situações problemáticas realizadas na sala de aula.

*Aprendizagens realizadas pelos alunos* No final da unidade de ensino, verifiquei que houve uma evolução na leitura, na interpretação e na construção de tabelas e gráficos. Os alunos, para além de responderem a questões de nível 1 e nível 2, também respondem a questões de nível 3, estabelecendo relações entre o contexto e as suas vivências do dia a dia, fazendo inferências. Constroem gráficos mais completos e têm em atenção os seus elementos constituintes. Houve também outros progressos nas aprendizagens realizadas pelos alunos. Com o trabalho de pares, os alunos compreenderam a importância da partilha dos conhecimentos e, como esta partilha os pode ajudar a concluir as tarefas com sucesso. Este tipo de organização de trabalho, levou os alunos a tomarem consciência da responsabilização de cada elemento dos pares no respeitante à resolução das tarefas. As discussões foram muito úteis, durante toda a unidade de ensino, uma vez que tiveram oportunidade de expor as suas estratégias, aprender com as estratégias utilizadas pelos colegas e desenvolver a sua comunicação matemática. As próprias tarefas também constituíram um marco importante porque proporcionaram-lhes o confronto com situações diversificadas sobre a temática em estudo, levando-os a compreender as suas dificuldades e, consequentemente, ajudando-os a procurarem ultrapassá-las.

Os resultados deste estudo evidenciam que a realização da unidade de ensino contribuiu para as aprendizagens dos alunos, em particular no que diz respeito à construção, leitura e interpretação de tabelas e gráficos, promovendo familiarização com conceitos estatísticos e a sua literacia estatística. Além disso, os alunos desenvolveram as suas capacidades de “resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática” referidas no PEBM (2007, p. 7), uma vez que o trabalho em sala de aula



promoveu oportunidades para a compreensão de problemas, a aplicação e justificação de estratégias, a formulação de questões e discussão das suas ideias.

### **5.3. Reflexão final**

Refletindo sobre o trabalho realizado, parece-me poder afirmar que este foi uma mais-valia, tanto para mim como para os meus alunos, pois constituiu um momento de aprendizagem para ambos.

Freitas, (2011) e Fernandes et al. (2004), nos seus estudos, salientam que há professores que afirmam que esta temática não constitui dificuldades, de maior, para os alunos. No meu estudo pude verificar que este tema não é assim tão simples como parece, uma vez que quando implementei a unidade de ensino com a minha turma, as dificuldades foram muitas, apesar de terem diminuído gradualmente à medida que a fui desenvolvendo. O desenvolvimento da unidade de ensino foi muito importante porque levou os alunos a realizarem tarefas que promoveram a evolução das suas aprendizagens e o seu gosto pela matemática, uma vez que, apesar das dificuldades com que se depararam, mostraram-se sempre muito entusiasmados com cada nova tarefa que lhes era proposta e realizavam-na com muito empenho e determinação.

Outra das vantagens da implementação desta unidade de ensino, prendeu-se com o facto de as tarefas terem sido realizadas em pares ou grupo, uma vez que proporcionou a partilha de ideias, a interajuda e o respeito mútuo, entre os alunos.

Durante este estudo, desempenhei o duplo papel de professora-investigadora. Como professora, os contributos para a minha prática foram muitos: aprofundei os meus conhecimentos sobre a Organização e Tratamento de Dados, ajudei os meus alunos a aprofundarem os conhecimentos sobre esta temática e a aplicá-los, compreendi e comprovei as dificuldades sentidas pelos alunos da turma e procurei ajudá-los a ultrapassá-las, desenvolvi estratégias mais adequadas para abordar esta temática e levou-me a refletir sobre a minha própria prática no que diz respeito à sequência das tarefas a realizar, à metodologia a ser usada e ao investimento que ainda devo fazer nesta temática.

Outro marco importante para a minha prática letiva foi o planeamento, organização e realização da unidade de ensino porque alertou-me para a importância de cada um dos momentos que a integram implicando uma reflexão mais sistemática sobre

o seu desenvolvimento e o seu contributo para o enriquecimento dos meus conhecimentos e dos alunos.

Como investigadora também foi bastante marcante, uma vez que aprendi como se faz um estudo a este nível, conheci e li muitos autores que me deram informações úteis para levar a cabo este estudo e para a minha prática letiva, assim como aprendi a fazer e a reconhecer a importância dos resultados que ela me fornece, para posteriormente utilizá-los para me conduzirem a um aperfeiçoamento da minha prática como professora do 1.º ciclo.

Ao desempenhar o duplo papel de professora-investigadora, alguns pormenores importantes podem ter passado despercebidos na minha observação, uma vez que não me foi possível estar a dar explicações aos alunos e, ao mesmo tempo, estar a tirar notas sistematicamente sobre o que ouvia e observava, enquanto os alunos realizavam as tarefas e as discutiam. Outra questão, relativamente ao papel de professora-investigadora prende-se com a dificuldade em manter o distanciamento em relação à situação e aos sujeitos que participaram neste estudo. Por outro lado, essa condição foi vantajosa, pois permitiu uma maior inserção e compreensão do contexto, o que pode ser útil num estudo de carácter qualitativo (Bogdan & Biklen, 1994). Todas estas dificuldades contribuíram, de certa forma, para as minhas aprendizagens, tornando-me uma professora mais atenta e consciente das contrariedades inerentes à realização da minha prática letiva e do meu papel como investigadora, preparando-me melhor para o futuro.

Claramente, também me confrontei com algumas limitações no meu estudo, a começar pela demora da resposta da autorização para implementar a unidade de ensino que atrasou o início da sua implementação e a recusa, por parte do agrupamento onde estava a lecionar, em filmar ou gravar as aulas, o que limitou muito a minha recolha de dados. Esta contrariedade obrigou-me a tirar um maior número de notas e a estar, ainda mais, atenta, durante a observação das aulas. Por outro lado, os resultados poderiam ser mais elucidativos se tivesse havido maior número de tarefas que envolvessem a recolha e organização de dados em tabelas ou que obrigassem a construção de diferentes representações gráficas, sem ser o gráfico de barras, pois desta forma teria permitido confirmar as dificuldades dos alunos, reforçar os seus conhecimentos sobre a leitura, interpretação e construção de gráficos e tabelas e ter uma noção, mais clara, da evolução das suas aprendizagens. O facto de haver poucos trabalhos dentro desta temática e,

muitos deles não estarem em português, também foi outra dificuldade, com que me confrontei. Ao desenvolver este estudo, apercebi-me que tinha necessidade em aprofundar os meus conhecimentos sobre a aprendizagem dos alunos no que diz respeito classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll, apesar destas representações gráficas serem introduzidas no 1.º e 2.º ano, o que me levou a não aprofundá-los na unidade de ensino. Outro aspeto que gostaria de ter explorado, mas que não tive tempo, durante a unidade de ensino e, antes da realização da tarefa que envolvia a leitura e interpretação de gráficos circulares, era a construção informal de um gráfico circular através de dobragens do círculo em partes, para ver se, de alguma forma, os alunos se sentiriam mais elucidados.

Agora, terminado o meu estudo, posso sugerir que os alunos devam continuar a realizar tarefas no âmbito da Organização e Tratamento de Dados, insistindo naquelas que envolvem a recolha e organização de dados em tabelas e onde esteja explicitamente indicado a utilização de outras representações gráficas, como pictogramas, diagramas de Carroll e gráficos de pontos, para além dos gráficos de barras. Também me parece importante introduzir tarefas que envolvam a construção, leitura e interpretação de diagramas de caule e folhas. Estas tarefas deverão, igualmente, incluir mais questões de nível 3, segundo os níveis de Curcio (1987, 1989), levando os alunos a fazer inferências. Também é necessário insistir com eles na diferença entre tipo e título do gráfico, colocando na mesma tarefa, questões que solicitem a atribuição do tipo e do título do gráfico, para que eles percebam melhor a diferença. Por fim, parece evidente que é possível e desejável trabalhar com os alunos mais novos esta temática, de modo a facilitar as aprendizagens neste nível de ensino.

Julgo ser importante a realização de mais estudos sobre esta temática, uma vez que, na minha opinião, ela pode fornecer-nos informações importantes que nos ajudem a minimizar e/ou a ultrapassar as dificuldades sentidas pelos alunos na aprendizagem da Estatística e da própria Matemática, através das conexões e da transversalidade dos seus temas. O planeamento da unidade de ensino também é importante para estudos futuros porque ajuda a refletir sobre o tipo de ensino que é implementado na sala de aula, nomeadamente no que diz respeito à escolha dos tipos de gráficos e à seleção de questões que são feitas sobre os mesmos. Apesar dos resultados deste estudo não serem generalizáveis, penso que as suas conclusões podem ser úteis para outros professores, uma vez que contribuíram para a evolução das aprendizagens, dos alunos, sobre a

Organização e Tratamento de Dados. O recurso à observação em sala de aula, para a recolha de dados, também me parece uma técnica a intensificar, uma vez que se revela produtiva na análise de práticas dando-nos uma consciência mais clara sobre as estratégias utilizadas pelos alunos e as suas dificuldades.

Também me parece importante investigar a evolução das aprendizagens dos alunos sobre um conjunto de tarefas, que venham a ser introduzidas e, que envolvam a recolha e organização de dados qualitativos e quantitativos (discretos) utilizando tabelas de frequências, e, levar os alunos a tirar conclusões.

## Referências bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Ayoma, K. (2006). Investigating a hierarchy of students' graph interpretation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. . Disponível em <https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.
- Arteaga, P. (2008). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos*. Tese de Mestrado, Universidade de Granada, Espanha.
- Arteaga, P., Contreras, J. M., & Ruiz, B. (2008). Sentido numérico y elaboración de gráficos estadísticos. In J. M. Cardeñoso & M. Peñas (Eds.), *Actas de las XIV Jornadas de Investigación en el Aula de Matemáticas: Sentido Numérico* (pp.119-126). Granada: Sociedad Thales de Educación Matemática.
- Arteaga, J. (2010), *Evaluación de conocimientos didácticos de futuros professores*. Tese de doutoramento, Universidade de Granada, Espanha.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granada: GEEUG, Universidad de Granada.
- Batanero, C. & Díaz (2004). El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. In J. P. Royo (Ed.), *Aspectos didácticos de las matemáticas* (pp. 125-164). Zaragoza: ICE.
- Batanero, C. & Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Bell, J. (1993). *Como realizar um projeto de investigação*. Lisboa: Gradiva.
- Berg, C. A., & Smith P. (1994). Assessing students' abilities to construct and interpret line graphs: Disparities between multiple - choice and free - response instruments. *Science Education*, 78(6), 527 - 554.

- Berg, C., & Phillips, D. G. (1994). An investigation of the relationship between logical thinking structures and the ability to construct and interpret line graphs. *Journal of Research in Science Teaching*, 31, 323–344.
- Bertin, J. (1973). *Le Semiologie Graphique*. The Hague: Mouton-Gautier.
- Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Branco, J. (2000). Estatística no secundário: O ensino e seus problemas. *Jornal de Matemática elementar*, 191, 10-17.
- Branco, J., & Martins, M. E. (2002). Literacia estatística. *Educação e Matemática*, 62, 9-13.
- Briceñ, L. (2009). *La compresion gráfica de lois alumnos del nível primaria*. Tese de mestrado, Universidade de Yucatán, México.
- Bright, G., & Friel, S. (1996). Building a theory of graphicacy: How do students read graphs? In *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, New York, NY: AERA.
- Bright, G., Curcio, F., & Friel, S. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal of Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Carrión, J. C., & Espinel, M. C. (2006). *Una investigación sobre la traducción interpretación de gráficas y tablas estadística por estudiantes de educación primaria*. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Disponível em [www.stat.auckland.ac.nz/~iase](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase).
- Cazorla, I. (2002). *A relação entre as habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Tese de Doutorado, Universidade de Campinas, Brasil.
- Carvalho, C. (2001). *Interacções entre pares: contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7.º ano de escolaridade*. Lisboa: APM
- Carvalho, C. (2003). Literacia Estatística. In *Atas do I Seminário de Ensino de Matemática – 14ª Conferência realizada pelo COLE*, Campinas, São Paulo, Brasil.

- Carvalho, C. (2006). Desafios à educação estatística. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Estatística*, 7-9.
- Carvalho, C. (2009). Reflexões em torno do ensino e aprendizagem da estatística. In J. A. Fernandes, F. Viseu, H. Martinho & P. Correia, *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 22-51). Braga: CIED, Universidade do Minho.
- Chance, B. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10(3) Disponível em: <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/chance.html>.
- Cockcroft, W. H. (1982). *Mathematics counts*. London: HMSO.
- Coutinho, C. P. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Edições Almedina.
- Curcio, F. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18 (5), 382-393.
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension. Elementary and middle school activities*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- delMas, R. C. (2002). Statistical literacy, reasoning, and learning. *Journal of Statistics Education*, 10(3).  
Disponível:[http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/delmas\\_discussion.html](http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/delmas_discussion.html)
- Diaz, C., & Arteaga, P. (2008) *Developing general and data analysis competences through project work. III European Congress of Methodology*, Oviedo, Espanha.
- Estrela, A. (1994). *Teoria e prática de observação de classes. Uma estratégia de formação de professores*. Porto: Porto Editora.
- Fernandes, J. A., Sousa, M. V., & Ribeiro, S. A. (2004). O ensino de estatística no ensino básico e secundário: Um estudo exploratório. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa & S. A. Ribeiro. (Orgs.). *Actas do 1.º Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola: Ensino e Aprendizagem de Probabilidades e Estatística* (pp. 165-193). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Fernandes, A. J., Carvalho, C., & Ribeiro, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: Um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *Zetetiké*, 15 (28), 27-61.

- Freitas, C. (2011). *Literacia Estatística no 5.º ano: uma experiência de ensino*. Tese de mestrado, Universidade de Lisboa, Portugal.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70(1), 1-25.
- Gal, I., & Garfield, J. (1997). Curricular goals and assessment challenges in statistics and education. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The assessment challenge in statistics education* (pp. 1-13). Amsterdam: IOS Press.
- GAISE (2005). *A curriculum framework for PreK-12 statistics education*. American Statistical Association.
- Garfield, J., & Gal, I. (1999). Teaching and assessing statistical reasoning. In L. V. Stiff & F. R. Curcio(Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 207-219). Reston, VA: NCTM.
- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Disponível em: [www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html](http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html).
- Garfield, J., delMas, R., & Chance, B. (2003). Web-based assessment resource tools for improving statistical thinking. *Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association*. Chicago.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*. Dordrecht: Kluwer
- Henriques, A., & Oliveira, H. (2012). Investigações estatísticas: Um caminho a seguir? *Educação e Matemática*, 120, 3-8.
- Jonas, G., Thornton, C., Langrall C., & Mooney, E. (2000). A Framework for Characterizing Children's Statistical Thinking *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 269–307.
- Lessard- Hébert, M., Goyett, G., & Boutin, G. (1990). *Investigação Qualitativa: Fundamentos e Práticas*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Magina, S. (2011). *A interdisciplinaridade auxiliando o ensino da Estatística na Educação Básica XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Recife, Brasil.
- Martins, G., Loura, L. & Mendes, M. (2007). *Análise de dados: texto de apoio para professores do 1.º ciclo*. Lisboa: DGIDC.



- Martins, M. E. G., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC
- ME (1991a). *Programa de matemática do 2.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- ME (1991b). *Programa de matemática do 3.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- ME (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.
- Monteiro, C. (1999). *Interpretação de gráficos: Atividade social e conteúdo de ensino. Anais da XXII Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação*, Caxambu, Brazil.
- Moore, D. S. (1991). *Statistics: Concepts and controversies*. New York, NY: W. H. Freeman.
- Moore, D. (1999). *Estadística aplicada básica*. Barcelona: Antoni Bosch.
- Morais, P. (2010). *Construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade*. Tese de Mestrado, Universidade do Minho.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE. (tradução portuguesa da versão original de 1989).
- NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE.
- NCTM (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ponte, J., & Serrazina L. (2009). O Novo Programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança. *Educação e Matemática*, 106, 2-6
- Quivy, R., & Campenhoudt, L. (1995). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.
- Roth, W., & McGin (1997). Ghrafig: Cognitive Ability or Pactice? *Science Education* 81 (1), 91-106.

- Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Disponível em: <http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html>
- Santos, L. (2005). *Ensinar e avaliar competências em Matemática: que desafios?* *Boletim GEPEM*, 47, 31-50.
- Shaughnessy, J. M. (2007). *Research on statistic learning and reasoning*. En F. K. Lester (Ed.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957-1049). Greenwich: NCTM.
- Shaughnessy, J. M., Garfield, J., & Greer, B. (1996). Data handling. En A. J. Bishop et al (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 205-307). Dordrecht: Kluwer.
- Silva, A. A. (2006). *Gráficos e mapas: Representação de informação estatística*. Lisboa: LIDEL.
- Sosa, J. (2010). *Conocimiento Didáctico del Contenido sobre la representación de de datos estadísticos: Estúdios de casos con profesores de estadística en carreras de psicología y educación*. Tese de Doutoramento, Universidade de Salamanca, Espanha.
- Sousa, O. (2002). Investigações estatísticas no 6.º ano. In GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 75-97). Lisboa: APM.
- Steen, L. (2001). *Mathematics and Democracy: The case for Quantitative Literacy*. Princeton: NCTM.
- Wainer, H. (1980). A test of graphicacy in children. *Applied Psychological Measurement*, 4 (3), 331-340.
- Wallgren, A., Wallgren, B, Persson, R., Jorner, U., & Haaland, J. (1996). *Graphing statistics & data: Creating better charts*. California, CA: SAGE.
- Watson, J. (1997). Assessing statistical literacy using the media. In I. Gal & J. B. Garfield (Eds.), *The Assessment Challenge in Statistics Education* (pp. 107-121). Amsterdam: IOS Press and ISI.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ:Lawrence Erlbaum Associates.
- Watson, J. M., & Callingham, R. A. (2003). Statistical literacy: a complex hierarchical construct. *Statistics Education Research Journal*, 2(22), 3-46.

- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Wu, Y. (2004). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. In *Proceedings of 10<sup>th</sup> International Congress on Mathematics Education*. Copenhagen, Dinamarca.



## **Anexos**



## **Anexo 1 – Pedidos de autorização para realização do estudo**

Ex.<sup>a</sup> Sra. Professora Olga Lopes

Directora do Agrupamento de Escolas D. João II

Eu, Ana Michele Soares de Campos da Cruz, venho por este meio solicitar a autorização para realizar, no ano lectivo 2011/2012 e na turma do 3.º F deste Agrupamento da qual sou professora, um trabalho de investigação no âmbito da dissertação do Mestrado em Didáctica da Matemática que me encontro a concluir no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

O principal objectivo deste trabalho é descrever e analisar o modo como os alunos desenvolvem os seus conceitos estatísticos através de um conjunto de tarefas e o seu papel no progresso dos seus conhecimentos. A recolha de dados a utilizar incluirá a gravação de aulas relativas à unidade de Organização e Tratamento de dados, a realização de entrevistas a alunos e a recolha de trabalhos produzidos por eles.

O desenvolvimento da investigação não interfere com o normal funcionamento das actividades lectivas e não traz qualquer prejuízo para os participantes, estando garantida a confidencialidade dos dados recolhidos e o anonimato do Agrupamento e dos alunos em posteriores divulgações da investigação realizadas no âmbito do Mestrado.

Irei, ainda, proceder ao pedido de autorização dos Encarregados de Educação dos alunos para a referida recolha de dados.

Agradeço, desde já, a colaboração,

São Marcos, 9 de Novembro de 2011

Exmo. Sr.(a) Encarregado(a) de Educação

Eu, Ana Michele Soares de Campos da Cruz, professora da turma do 3.º F, pretendo desenvolver um trabalho de investigação, no ano lectivo 2011/2012, no âmbito da dissertação do Mestrado em Didática da Matemática que me encontro a concluir no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. O principal objectivo deste trabalho é descrever e analisar o modo como os alunos desenvolvem os seus conceitos estatísticos através de um conjunto de tarefas a realizar nas aulas da unidade de ensino ‘Organização e Tratamento de Dados’ e o seu papel no progresso dos seus conhecimentos.

O desenvolvimento do trabalho não interfere com o normal funcionamento das actividades lectivas e não traz qualquer prejuízo para os alunos. A recolha de dados a utilizar incluirá a gravação de aulas, a realização de entrevistas aos alunos e a recolha de trabalhos produzidos por eles. Ao abrigo da Lei 67/98 de 26 de Outubro, será garantida a confidencialidade dos dados recolhidos e o anonimato do Agrupamento e de todos os alunos em posteriores divulgações da investigação realizadas no âmbito do Mestrado.

Solicito, assim, autorização para implementar o trabalho de investigação anteriormente descrito através do preenchimento da declaração em anexo.

Agradeço, desde já, a sua colaboração,

São Marcos, 9 de novembro de 2011

A Professora

### **AUTORIZAÇÃO**

Eu, \_\_\_\_\_, encarregado de educação do(a) aluno(a) \_\_\_\_\_, n.º \_\_\_\_\_, do 3º F, declaro que tomei conhecimento dos objectivos do trabalho de investigação conduzido pelo pela professora Ana Michele Cruz no âmbito da sua dissertação de Mestrado e da necessidade da respectiva recolha de dados. Autorizo a participação do meu educando com a garantia do respectivo anonimato.

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_/10/2011

O(a) Encarregado(a) de Educação

\_\_\_\_\_



## Anexo 2 - Teste diagnóstico

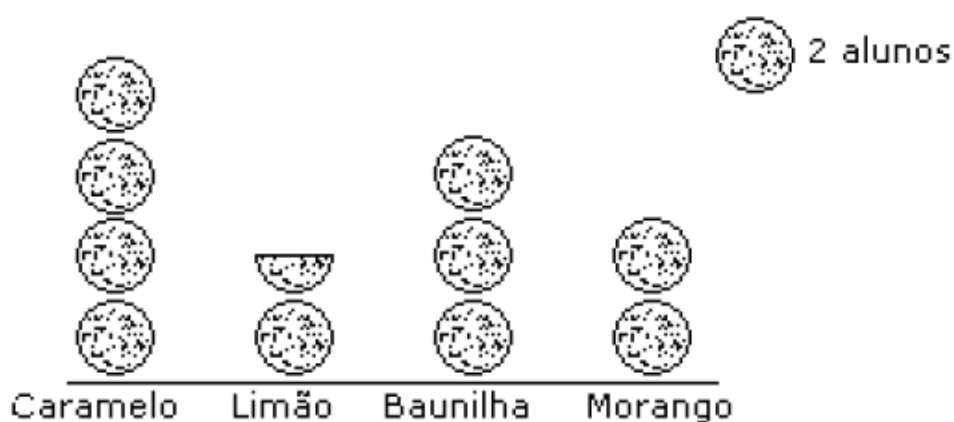
EB1/JI de São Marcos n.º1

TESTE DIAGNÓSTICO DE OTD

TURMA: 3.º F

Nome: \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

1-No seguinte pictograma apresenta-se o resultado de um inquérito a uma turma, sobre qual o sabor preferido de um determinado tipo de bolachas:



- a) Quantos alunos responderam a este inquérito? \_\_\_\_\_
- b) Quantos alunos disseram preferir o sabor a limão? \_\_\_\_\_
- c) Qual é o sabor preferido pelos alunos? \_\_\_\_\_
- d) Há mais alunos a responderem que preferem o sabor a morango ou que preferem o sabor a limão? \_\_\_\_\_
- e) O Raul fez o seguinte comentário: “Metade dos alunos preferem o sabor a Caramelo”. Será que o Raul tem razão? \_\_\_\_\_

Explica como chegaste à tua resposta. Podes usar palavras, desenhos ou contas

2- Classifica num diagrama de Carroll os números de 1 a 30, segundo os seguintes critérios: ser ou não múltiplo de 3 e ser ou não par.

Números de 1 a 30		
	Múltiplos de 3	Não múltiplos de 3
Pares	6 12 18 24 30	14 16 4 20 2 8 22 26 28 10
Ímpares	15 9 21 3 27	11 17 19 1 23 5 7 29 13 25

a) Quantos múltiplos de 3 são números pares?

---

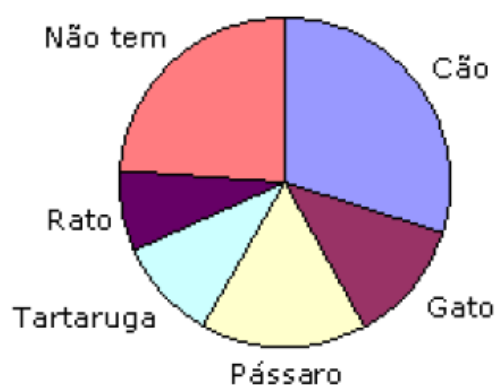
b) Quais os números que não são pares nem múltiplos de 3?

---

c) E que números são simultaneamente pares e múltiplos de três?

---

3. O gráfico circular seguinte mostra o resultado de uma sondagem a 50 alunos de um escola, sobre qual o animal doméstico preferido:



a) Qual é o animal preferido, pela maior parte da turma? \_\_\_\_\_

b) Qual é o animal que os alunos menos gostam? \_\_\_\_\_

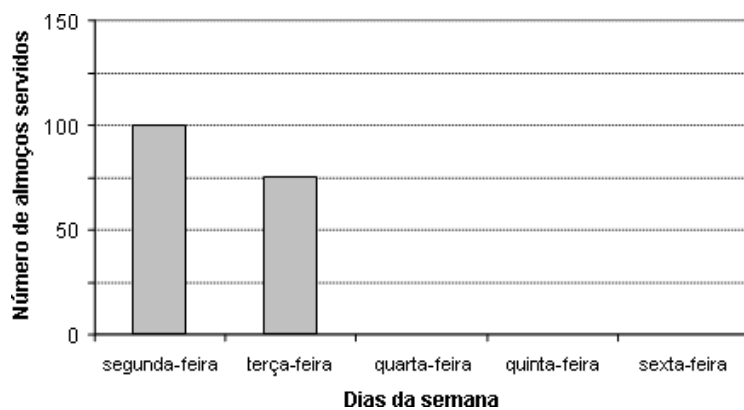
c) Há mais pessoas a responderem que têm cão ou gato? \_\_\_\_\_

4) A tabela indica o número de almoços servidos, durante uma semana, na escola do Paulo.

Dias da semana	Número de almoços servidos
segunda-feira	100
terça-feira	75
quarta-feira	50
quinta-feira	100
sexta-feira	125

a) Em que dia da semana foram servidos mais almoços? \_\_\_\_\_

b) Utiliza a informação da tabela para completares o gráfico seguinte.










### Anexo 3- Tarefas

#### Tarefa 1- Animais preferidos

Perguntámos aos 20 alunos de uma turma do 1º ciclo quais os animais que preferiam e os resultados foram os seguintes:

Leão	Pato	Cavalo	Rã	Papagaio
				
7				

1-Completa a tabela.

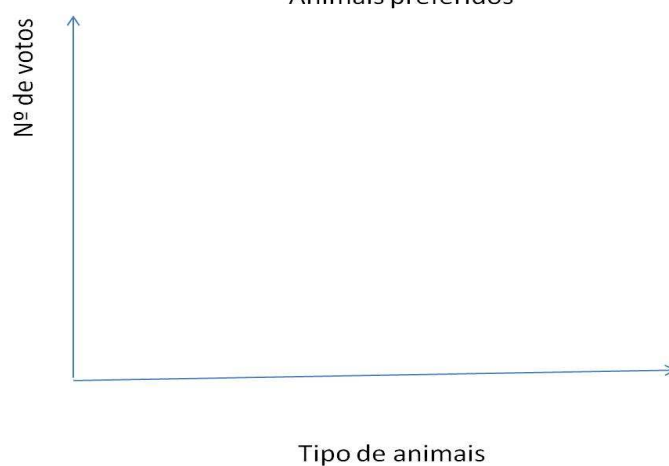
2-Quais foram os animais que tiveram o mesmo número de votos? (Explica como pensaste)

3-Qual foi o animal preferido? (Explica como pensaste)

4-Constrói um pictograma, com base nas respostas dadas pela turma do 1º ciclo.

#### Pictograma

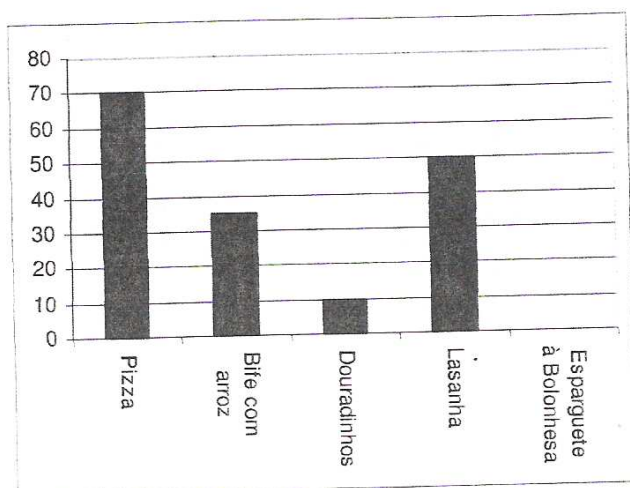
Animais preferidos



## Tarefa 2- Pratos especiais

1-Observe a tabela e o gráfico e completa-os corretamente.

2-Que título poderá ter este gráfico?



?	70
Bife com arroz	?
?	10
Lasanha	?
Esparguete à bolonhesa	55

3-Se quisesse saber qual o prato mais votado escolherias a tabela ou o gráfico? (Explica como pensaste)

---

---

4-Quantos alunos responderam ao inquérito? (Explica como pensaste)

---

---

5-Faz duas afirmações, uma verdadeira e outra falsa, sobre o gráfico.

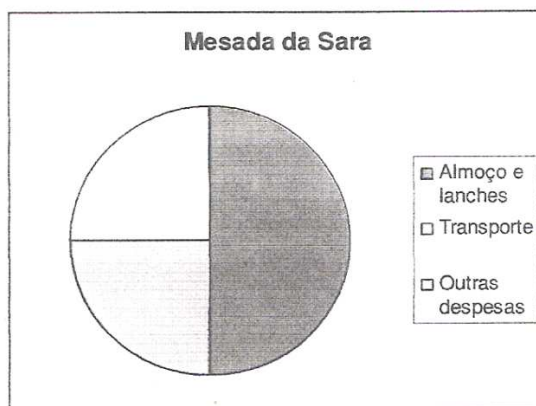
---

---

---

### Tarefa 3 - A mesada da Sara

O gráfico circular seguinte representa a forma como se distribui a quantia, em euros, que os pais da Sara lhe dão mensalmente.



1- Em que é que Sara gasta mais dinheiro? \_\_\_\_\_

2- Lê o seguinte comentário da Sara: "Gasto metade da minha mesada em almoços e lanches". Será que a Sara tem razão? Explica porquê. \_\_\_\_\_

3- Que nome dás a este tipo de gráfico? \_\_\_\_\_

4- Faz uma afirmação verdadeira e outra falsa sobre gráfico.

5- Sabe-se que a Sara gasta 26 euros em transportes. Completa a tabela seguinte com base na informação que retiraste do gráfico:

Despesas da Sara	Quantia gasta (€)
Almoços e lanches	
Transportes	26
Outras	

6- Com os dados da tabela diz quanto é que a Sara recebe de mesada. Explica como calculaste.

## Tarefa 4- Quantas algibeiras?

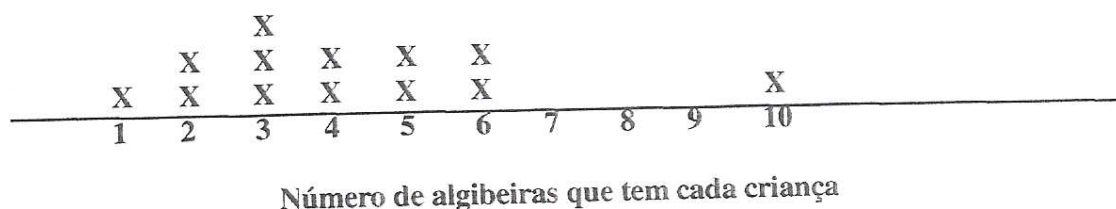
### 1.ª parte

Quantas algibeiras tens hoje na tua roupa? E os teus colegas?

Constrói um gráfico para representar o número de algibeiras que tu e os teus colegas têm.

### 2.ª parte

A Maria perguntou, na sua sala de aula, quantas algibeiras cada colega tinha na sua roupa e obteve as seguintes respostas:



1-Quantos alunos têm três algibeiras? E quantos têm 6?

2- Há algum aluno com 8 algibeiras?

3- Se a turma tiver 15 alunos, quantos não têm nenhuma algibeira?

4- Escreve uma pergunta que possa ser respondida com a informação do gráfico.



## Tarefa 5- Os iogurtes

A tabela que se segue representa o número de iogurtes, consumidos pelos alunos do refeitório de uma escola do 1º ciclo, ao longo de uma semana.

Dias da semana	Nº de iogurtes
Segunda-feira	45
Terça-feira	30
Quarta-feira	40
Quinta-feira	15
Sexta-feira	10

Queremos utilizar os dados desta tabela para construir um gráfico com barras.

Na sala 3, os alunos já construíram um gráfico e cada grupo atribuiu um número diferente ao quadrado usado na sua construção.

A-Grupo da Ana- ☐ = 1

R-Grupo do Rui- ☐ = 5

I-Grupo da Inês- ☐ = 10

J-Grupo do João- ☐ = 20

1-Que hipótese escolherias de forma a facilitar a construção do gráfico?(Explica como pensaste).\_\_\_\_\_

2-Constrói o gráfico. Que título escolherias para este gráfico?\_\_\_\_\_

3-Pensa em perguntas que se poderiam fazer sobre o gráfico.

\_\_\_\_\_

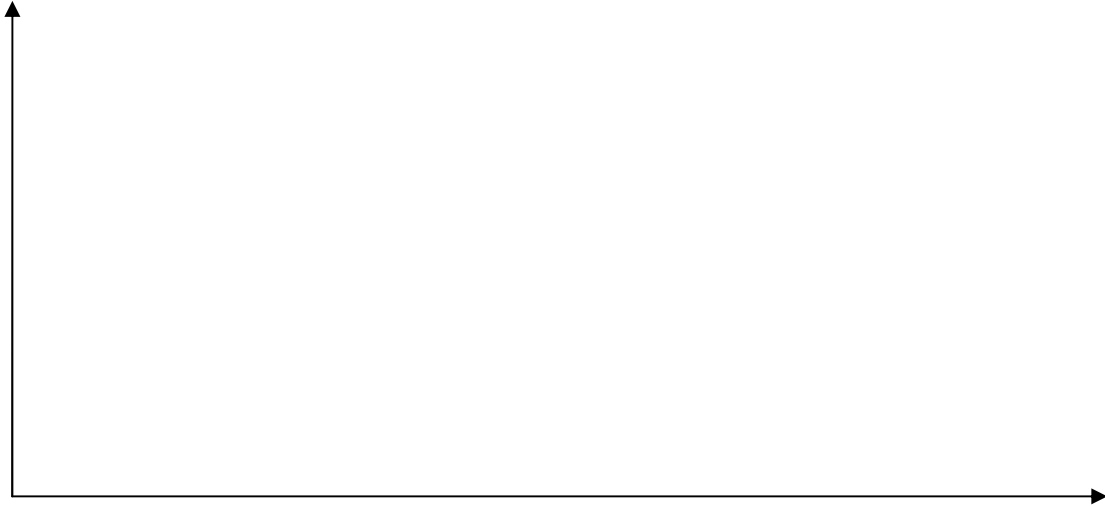
4-Que motivos poderão explicar o fato de se terem consumido menos iogurtes na sexta-feira?

\_\_\_\_\_

## Tarefa 6- O nosso Comportamento e trabalho

Uma turma do 3ºano, foi registando o seu comportamento e trabalho ao longo do ano. O código utilizado era o seguinte:

bolinha azul- excelente   Bolinha verde- muito bom   bolinha amarela- satisfaz  
bolinha encarnada- não satisfaz



1-Com base nos dados recolhidos, constrói uma tabela de frequências para representar o comportamento dos alunos ao longo do ano.

2-Constrói um gráfico para o comportamento.

3-Qual foi a cor predominante?

---

4-Elabora 4 perguntas relacionadas com a informação do gráfico.

5- Constrói uma tabela de frequências e um gráfico para o trabalho.



## Tarefa 7 - As cores preferidas na turma da Ana

**Tabela A**

Cores preferidas na turma da Ana				
Amarelo	Verde	Castanho	Vermelho	Verde
Verde	Castanho	Amarelo	Amarelo	Amarelo
Vermelho	Verde	Vermelho	Azul	Azul
Azul	Azul	Azul	Verde	Amarelo
Verde	Amarelo	Verde	Vermelho	Vermelho

1. A tabela A anterior apresenta as cores preferidas de todos os alunos da turma da Ana. Faz a contagem de cada uma das cores e completa a tabela B seguinte:

**Tabela B**

Cores preferidas da turma da Ana	
Cores	Contagem
Amarelo	
Verde	
Vermelho	
Azul	
Castanho	

1 - Explica o que significa para ti os números da contagem.

2 - Quantos alunos tem a turma da Ana? Explica como chegaste a esse resultado.

4 - Qual a cor preferida dos alunos da turma da Ana? Explica como pensaste.

5 - Com base na tabela B anterior constrói um gráfico à tua escolha.

6 -.Que nome dás ao tipo de gráfico que construístes? Porque é que o escolheste?

7 - Escolhe um título para o gráfico: \_\_\_\_\_

8 - Se questionasses os colegas da tua turma, o resultado seria o mesmo? Explica por palavras tuas.



## Anexo 4 - Teste final

### Teste final

#### Tarefa 1- Quais são os nossos animais domésticos?

Na escola, um grupo de alunos decidiu averiguar se as famílias têm animais domésticos e no caso de os terem, que animais domésticos é que têm. Foram para a porta da escola e fizeram as seguintes perguntas às pessoas que passaram:

*Tem algum animal doméstico? Se sim, qual o animal doméstico que tem há mais tempo?*

Não:	
Sim:	
Cão	
Gato	
Cágado	
Peixes	
Passarinho(s)	
Porquinho(s)-da-Índia	
Ratinho(s)	
Coelho(s)	
Galinha(s)	
Pombos	

Para anotar a informação que iam recebendo, tinham uma folha de papel, idêntica à do lado. À medida que as pessoas iam respondendo, anotavam com um traço. Faziam grupos de 5 traços, em que o quinto traço corta os outros 4. Estes grupos tornam mais fácil a contagem posterior.

1. Constrói um gráfico de barras a partir da informação dada.

2. Responde às seguintes questões:

a) Qual o animal doméstico que é menos frequente ter em casa? Explica como pensaste.

---

b) Houve mais pessoas a responderem que tinham cão ou gato? Justifica a tua resposta.

---

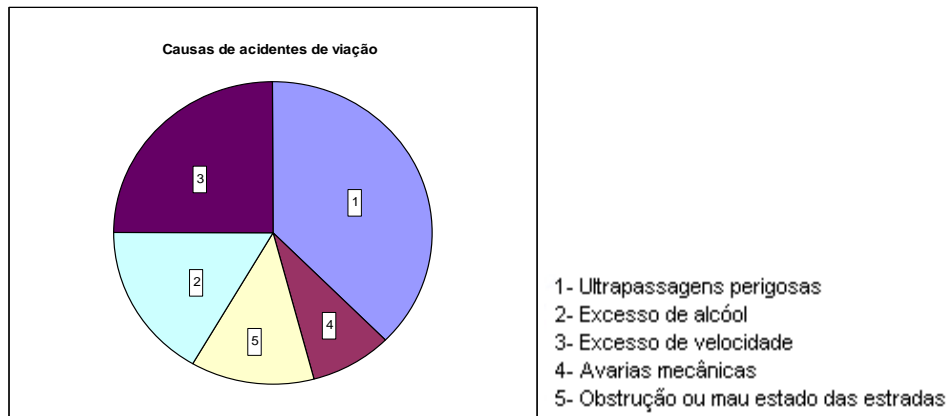
c) Quantas pessoas foram questionadas? Explica como encontraste esse valor.

---

3. Organiza os dados numa tabela.

## Tarefa 2- Acidentes de Viação

Observa o gráfico circular com os resultados de um estudo realizado sobre as causas de acidentes de viação.



1. Qual foi a causa da maioria dos acidentes? Explica como pensaste.

---

2. Indica a causa de um quarto dos acidentes. Justifica a tua resposta.

---

3. Explica por que são verdadeiras as seguintes afirmações:

(1) *“Mais de metade dos acidentes teve como causa o excesso de velocidade e as ultrapassagens perigosas”;*

(2) *“O excesso de álcool e a obstrução ou mau estado das estradas causou mais de um quarto dos acidentes”.*

---

---

---

4. Observa o gráfico e escreve uma afirmação falsa e outra verdadeira.

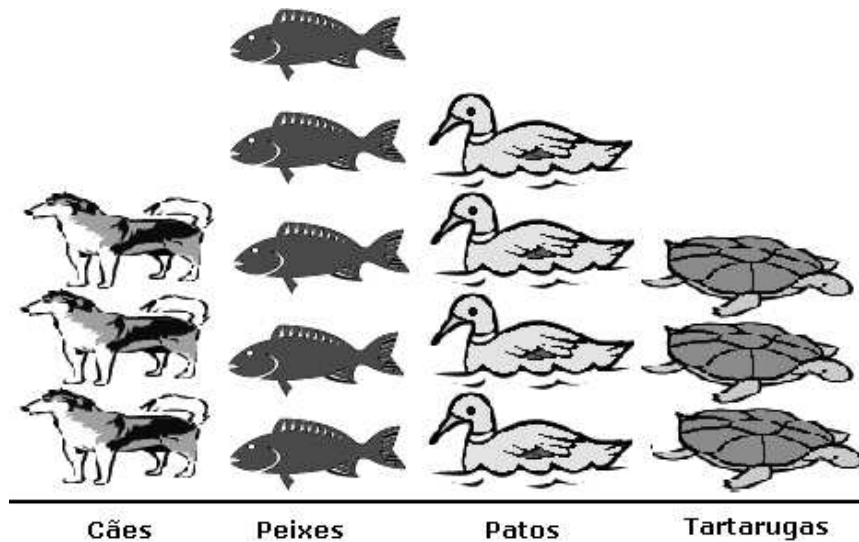
---

---

---

### Tarefa 3 - Os animais do jardim

No jardim da escola, que tem um lago muito bonito, o professor decidiu ir com os alunos verificar que tipo de animais é que havia no jardim. Verificaram que havia animais de 4 tipos: cães, peixes, patos e tartarugas. Quando chegaram à sala de aula, os alunos representaram a informação recolhida no gráfico seguinte:



Responde às seguintes questões:

1. Que nome dás ao gráfico anterior construído pelos alunos? \_\_\_\_\_
2. Qual é o animal mais frequente no jardim? \_\_\_\_\_
3. Quantos patos há no jardim? \_\_\_\_\_
4. Quantos animais vivem no jardim? \_\_\_\_\_
5. Há alguns animais que existam na mesma quantidade? Se existirem, quais são? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
6. Quantos peixes há a mais do que patos? Explica como encontraste esse valor.  
\_\_\_\_\_
7. Ofereceram 2 tartarugas para o jardim da escola. Quantas tartarugas existem agora?  
\_\_\_\_\_
8. Constrói um outro gráfico, à tua escolha, para representar a informação dada no anterior e explica porque é que o escolheste?

